*Jurnal Derivat, Volume 9 No.2 Desember 2022*
*ISSN: 2549-2616*

# Generalisasi Bilangan Kromatik Pada Beberapa Kelas Graf Korona

**Riduan Yusuf [1], Fitria Puspa Dewi [2], Firmansyah[3], Abdul Mujib[4]**
[1]Pascasarjana, Universitas Muslim Nusantara Al Washliyah
email: [1]yusufriduan72@gmail.com
[2]fitriapuspadewi24@gmail.com
[3]firmansyah@umnaw.ac.id
[4]mujib@umnaw.ac.id

**Abstrak**

Misal $\chi(G)$ adalah bilangan kromatik dengan bilangan bulat terkecil $k$ sehingga graf $G$ mempunyai pewarnaan titik sejati dengan $k$ warna. Bilangan kromatik masih menjadi kajian menarik yang sampai saat ini terus dikaji perkembangannya melalui pewarnaan graf. Pewarnaan graf adalah kasus khusus dari pelabelan graf. Pelabelan disini maksudnya, yaitu memberikan warna pada titik-titik pada batas tertentu sehingga tidak ada dua simpul mempunyai warna yang sama. Penelitian ini bertujuan untuk menghitung bilangan kromatik pada beberapa kelas graf diantaranya $(C_m \odot K_n)$, $(S_m \odot K_n)$, $(S_m \odot C_n)$. Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh generalisasi bilangan kromatik kelas graf $(C_m \odot K_n)$= n+1, kelas $(S_m \odot K_n)$= n+2 dan untuk kelas $(S_m \odot C_n)$= 3 untuk n genap dan 4 untuk n ganjil.

**Kata Kunci:** graf, pewarnaan graf, bilangan kromatik

***Abstract***

*For example $\chi(G)$ is a chromatic number with the smallest integer so that the graph $G$ has a true vertex coloring with k color. Chromatic number is still an interesting study which is still being studied for its development through graph coloring. Graph coloring is a special case of graph labeling. Labeling here means, giving color to the points at a certain limit so that no two vertices have the same color. This study aims to calculate the chromatic number in several classes of graphs including $(C_m \odot K_n)$, $(S_m \odot K_n)$, $(S_m \odot C_n)$ Based on the results of the study, generalization of the chromatic number of the graph class $(C_m \odot K_n) = n + 1$. Class $(S_m \odot K_n) = n + 2$ and for class $(S_m \odot C_n) = 3$ for even n and 4 for odd n.*

***Keywords:** graph, graph coloring, chromatic number*

## 1. PENDAHULUAN

Seiring dengan berkembangnya IPTEK, matematika adalah satu dari sekian banyak cabang ilmu yang dapat dipakai guna menyelesaikan berbagai macam kompleksnya persoalan dengan cara memodelkannya. Pemodelan matematika dapat digunakan untuk memetakan suatu tempat, mencari jalan pintas dan beberapa kajian lainnya. Salah satu teori dalam ilmu matematika yang memiliki peranan penting dan terus dikaji perkembangannya yaitu mengenai teori graf. Ilmuwan matematika terkenal yang berasal dari Swiss bernama Leonhard Euler pada tahun 1736 adalah orang pertama yang memperkenalkan mengenai teori graf dimana ia menggunakannya untuk memecahkan permasalahan yang terjadi pada jembatan Konigsberg yang ada di Eropa (Harju, 2011)

Graf merupakan representasi dari suatu permasalahan dengan menggunakan objek-objek berupa titik, dimana setiap lingkaran tersebut dapat terhubung satu sama lain dengan menggunakan sekumpulan titik. Beberapa contoh pengaplikasian teori graf yang umum ditemui pada kehidupan sehari-hari terdapat pada penyusunan struktur organisasi, pengambilan mata kuliah yang divisualisasikan berbentuk bagan alir, *maps*, rangkaian jaringan listrik dan masih banyak lagi. Graf merupakan pasangan terurut himpunan $(V, E)$ yang dinotasikan dengan $G = (V, E)$ yang dalam hal ini $V$ adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul *(vertex)* dan $E$ adalah himpunan sisi *(edges)* yang menghubungkan sepasang simpul (Bondy & Murty, 2008).

Dalam teori graf, terdapat banyak topik yang menarik dan bisa dibahas, salah satunya adalah masalah pewarnaan graf.. Pewarnaan graf itu sendiri terbagi menjadi tiga, yakni pewarnaan pada peta, pewarnaan pada sisi dan pewarnaan pada titik (Utari, 2019). Dalam pewarnaan titik pada graf, memiliki tujuan untuk mengetahui berapa banyak warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai semua titik yang ada pada graf dengan syarat tidak ada warna yang sama pada titik yang bertetangga. Banyak warna minimum yang dibutuhkan untuk mewarnai sebuah graf disebut bilangan kromatik yang dapat di simbolkan dengan $\chi(G)$. Pewarnaan titik ini sangat banyak manfaatnya pada kehidupan sehari-hari karena banyak digunakan diberbagai bidang misalnya dalam pembuatan jadwal, penentuan frekwensi radio, bahkan berkembang dalam bentuk permainan.

Kajian tentang konsep bilangan kromatik lokasi diperkenalkan oleh Chartrand dkk (2002) yaitu perpaduan konsep pewarnaan titik dan dimensi partisi pada suatu graf. Pewarnaan graf tidak boleh memiliki warna yang sama pada setiap tetangganya. Jika warna yang digunakan sebanyak $k$ maka $G$ dikatakan mempunyai $k-$pewarnaan. Banyaknya warna minimum yang digunakan untuk pewarnaan titik pada graf $G$ disebut bilangan kromatik yang dinotasikan $\chi(G)$.

Penelitian yang berkaitan dengan bilangan kromatik antara lain dengan judul "Bilangan Kromatik Hasil Operasi Korona Graf Lingkaran dan Graf Kubik" yaitu menentukan pola bilangan kromatik dari graf hasil operasi korona pada kelas graf lingkaran dan graf kubik (Simanjuntak & Mulyono, 2021) Penelitian berikutnya yang berkaitan dengan bilangan kromatik adalah penelitian oleh (Firmansyah & Abdul Mujib, 2020) dengan judul "*Bilangan Kromatik Graf Korona* $C_n \odot C_m$.

Gabungan dari dua buah graf selanjutnya dioperasikan dengan memakai jenis operasi tertentu, maka akan menghasilakan bentuk graf baru yang sudah pasti berbeda dari graf pembentuknya namun masih memiliki unsur yang ada pada graf pembentuknya. Penelitian ini memfokuskan pada sa;ah satu operasi graf yakni operasi korona yang kemudian dapat dinotasikan dengan $G \odot H$. Operasi korona dapat dilakukan dengan cara mengambil *copy* dari graf pembentuk pertama selaku graf pusat dan graf pembentuk kedua selaku graf daunnya, kemudian menghubungkan titik yang ada pada graf pembentuk pertama ke masing-masing titik yang ada pada graf pembentuk kedua lalu graf pembentuk kedua di lakukan operasi sebanyak titik yang terdapat pada graf pembentuk pertama.

Graf tidak hanya sekedar teori yang dapat divisualisasikan menjadi bentuk gambar namun seiring perkembangan zaman, teori graf menjadi bahasan yang sangat menarik untuk dipelajari dan dikaji. Peran teori graf itu sendiri cukup luas manfaatnya dalam perkembangan ilmu pengetahuan khususnya bidang ilmu matematika. Cukup banyak sekali penggunaaan teori graf pada kehidupan sekarang ini. Teori graf itu sendiri digunakan sebagai alat untuk memudahkan orang banyak untuk menyelesaikan masalah yang abstrak menjadi jauh lebih kompleks.

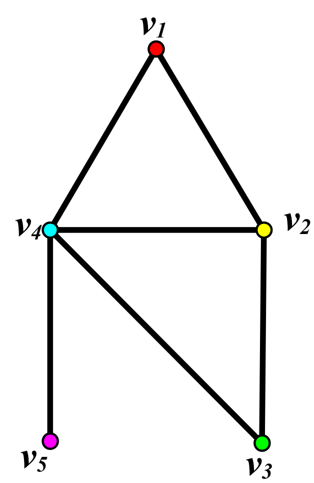
Dari segi keilmuan, teori graf cukup penting untuk dikuasai oleh seorang matematikawan dikarenakan dapat membantu banyak cukup banyak masalah yang rumit yang ada pada kehidupan. Graf juga dapat dijadikan sebagai seni berbentuk visual yang dapat dibuat berbagai bentuk-bentuk yang cukup indah dengan menggunakan alat bantu tertentu. Keunikan dan keindahan bentuk graf itu sendiri dapat dimodifikasi dengan menggunakan operasi-operasi yang ada sehingga dapat dieksplorasi bentuk baru yang unik dan indah yang dapat dibentuk dari beberapa graf. Salah satu operasi yang dapat digunakan untuk membuat bentuk baru graf adalah operasi korona. Penulis sendiri belum menemukan penelitian terdahulu yang membahas mengenai bentuk baru yang dihasilkan oleh beberapa graf dengan melalukan operasi korona. Penulis hanya menemukan beberapa operasi lain yang digunakan untuk membuat bentuk baru pada graf yakni operasi hasil kali tensor dan operasi kartesian.

Dari uraian diatas, peneliti hendak melakukan penelitian pada beberapa kelas graf untuk dicari bilangan kromatiknya. Adapun kelas graf yang akan dicari bilangan kromatiknya diantaranya kelas graf $(C_m \odot K_n)$, $(S_m \odot K_n)$ dan $(S_m \odot C_n)$.

## 2. KAJIAN TEORI

Tahun 1859 Sir W.R. Hamilton berhasil menemukan masalah yang dapat diselesiakan dengan menggunakan teori graf dimana ia mengemukakan tentang rute yang dapat dilalui masing-masing kota dari 20 kota yang ada tepat satu kali. Selanjutnya D. Konig pada tahun 1936 merangkum hasil pemikiran-pemikiran para ahli terdahulu kemudian menggabungkannya dengan hasil pemikirannya lalu ia menerbitkan sebuah buku yang mana buku tersebutlah yang dicap sebagai buku mengenai teori graf pertama yang ada di dunia.

Slamin (2009) dalam (Arthawani, 2021) mengungkapkan sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi, tetapi harus memiliki titik minimal satu. Sebuah graf $G$ terbentuk atas sebuah himpunan tidak kosong $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, \dots v_n\}$ dimana masing-masing elemen yang ada pada himpunan $V$ dikatakan sebagai simpul *(vertices)* dan himpunan $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, \dots e_n\}$ dimana setiap elemen himpunan $E$ dikatakan sebagai sisi *(edges)*. Umumnya suatu graf dinotasikan sebagai $G = (V, E)$. Dengan demikian Prasancika (2021) menyimpulkan bahwa setiap graf dapat bisa saja tidak memiliki sisi namun tetap harus memiliki minimal satu titik.




**Gambar 1**. Graf Sederhana

Adapun topik menarik yang terus dikaji perkembangannya yaitu mengenai pewarnaan graf *(graph coloring)*. Mahardika & Marcos (2017) mengungkapkan bahwasannya pewarnaan pada graf dapat dibagi menjadi tiga, yakni pewarnaan titik *(vertex coloring)*, pewarnaan sisi *(edge coloring)*, dan pewarnaan wilayah *(region coloring)*. Pewarnaan graf merupakan konsep yang sangat penting digunakan sebagai bentuk penamaan pada graf dengan cara memberi warna pada elemen yang terdapat pada graf yang dijadikan subjek untuk memahami dan menyelesaikan suatu permasalahan.

Pemberian warna pada titik-titik yang terdapat pada graf $G$ dengan warna tertentu dengan ketentuan bahwa titik yang saling bersebelahan tidak diwarnai dengan warna yang sama (Chartrand & Zhang, 2009). Dalam pemberian warna pada titik graf, dapat menggunakan himpunan warna yang tersedia, namun sebagaimana diketahui bahwa himpunan warna terbatas maka dapat menggunakan elemen dari sembarang himpunan dan bisa juga menggunakan himpunan bilangan positif $\{1, 2, 3, \dots, k\}$. Bilangan kromatik itu sendiri didefenisikan sebagai bilangan bulat terkecil $k$ sedemikian hingga graf $G$ memiliki pewarnaan titik mutlak dengan $k$ warna. Bilangan kromatik dapat dinotasikan dengan $\chi(G)$.

## 3. METODE PENELITIAN

Metode yang dipakai pada penelitian ini merupakan metode deduktif yakni dengan prinsip-prinsip pencarian bukti secara deduktif yang terdapat dalam logika matematika dengan memakai aksioma dan teorema yang sudah ada untuk menyelesaikan suatu masalah (Noviyanti, 2018). Adapun mengenai teorema yang dibentuk haruslah dapat dibuktikan lewat proses deduktif sehingga kebenaran yang diperoleh berlaku secara umum. Penelitian ini diharapkan memperoleh hasil berupa teorema-teorema baru yang tentu saja diperoleh berdasarkan teorema-teorema dan definisi-definisi yang sudah ada yang selanjutnya dianalisis kemudian dibuktikan kebenarannya. Pada prosesnya, penelitian ini juga memakai metode pendeteksian pola *(pattern recognition)* yaitu dengan melakukan operasi dua buah graf pada kasus-kasus kecil untuk mendapatkan pola bilangan kromatiknya sebagai langkah awal untuk mendapatkan generalisasi bilangan kromatik permainannya.

### a. Instrumen Penelitian

Instrumen-instrumen yang digunakan pada penelitian ini bertujuan tidak lain adalah untuk memperoleh data-data serta beragam informasi yang akan digunakan dalam pembahasan masalah, serta melakukan penelusuran terhadap beberapa literatur yang memiliki kesamaan dengan topik yang dibahas. Adapun beberapa instrumen yang dipakai untuk mendukung penelitian ini diperoleh melalui buku-buku referensi, artikel, ataupun dokumen pendukung lain yang sesuai dengan topik yang dibahas. Aplikasi *Sketchpad 5.06* digunakan sebagai alat untuk menggambar graf kemudian yang menjadi instrumen utama pada penelitian ini adalah penulis itu sendiri, hal ini dikarenakan penulis sendiri lah yang melakukan percobaan dan pembuktian pada teorema yang akan diperoleh.

### b. Prosedur Penelitian

Pada penelitian ini, memiliki beberapa tahapan dari awal hingga akhir penelitian yakni sebagai berikut:

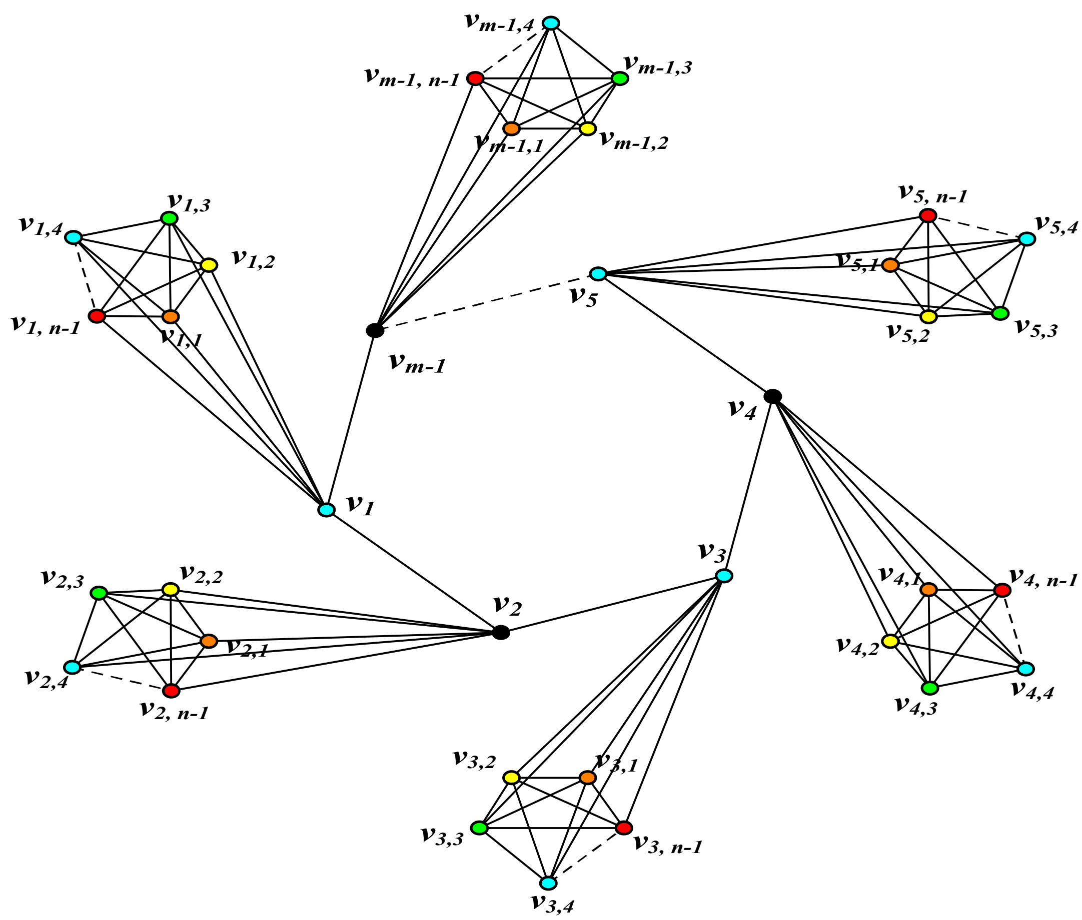
1. Mengumpulkan teori-teori pendukung mengenai topik yang akan dibahas dalam penelitian.
2. Mengoperasikan beberapa kelas graf diantaranya $(C_m \odot K_n)$, $(S_m \odot K_n)$, $(S_m \odot C_n)$ kedalam operasi korona.
3. Mewarnai setiap titik pada graf $(C_m \odot K_n)$, $(S_m \odot K_n)$, $(S_m \odot C_n)$
4. Mencari bilangan kromatik dari hasil operasi korona pada kelas graf $(C_m \odot K_n)$, $(S_m \odot K_n)$, $(S_m \odot C_n)$
5. Membuktikan pola yang terbentuk dari hasil operasi korona pada kelas graf $(C_m \odot K_n)$, $(S_m \odot K_n)$, $(S_m \odot C_n)$

## 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Operasi graf korona diperoleh dengan mengambil *copy* dari graf pembentuk pertama selaku graf pusat dan graf pembentuk kedua selaku graf daunnya, kemudian menghubungkan titik yang ada pada graf pembentuk pertama ke masing-masing titik yang ada pada graf pembentuk kedua lalu graf pembentuk kedua di lakukan operasi sebanyak titik yang terdapat pada graf pembentuk pertama. Pewarnaan titik pada graf $G$ adalah pelabelan warna sebanyak $n$ pada setiap titik yang ada pada graf sehingga dua titik yang saling bersebelahan langsung tidak diberikan label warna yang sama.

Tujuan utama dalam penelitian ini yakni untuk menentukan perumuman bilangan kromatik graf hasil operasi korona pada beberapa kelas graf diantaranya graf $(C_m \odot K_n)$, $(S_m \odot K_n)$, $(S_m \odot C_n)$ dengan membuktikan pola yang terbentuk sebagai teorema.

a. Bilangan Kromatik Kelas Graf $(C_m \odot K_n)$




**Gambar 2**. Graf $C_m \odot K_n$

*Teorema 1.*

$$\chi(C_m \odot K_n) = n + 1$$

Bukti :

Diketahui bahwa $\chi(C_m) = 2$ untuk $m$ genap dan $\chi(C_m) = 3$ untuk $m$ ganjil. Misalkan

$C = \{1, 2, 3\}$ adalah himpunan warna untuk graf $C_m$. Sementara, untuk $\chi(K_n) = n$ dan graf $K_n$ merupakan graf $n - 1$ reguler dengan setiap vertex saling terhubung satu sama lain.

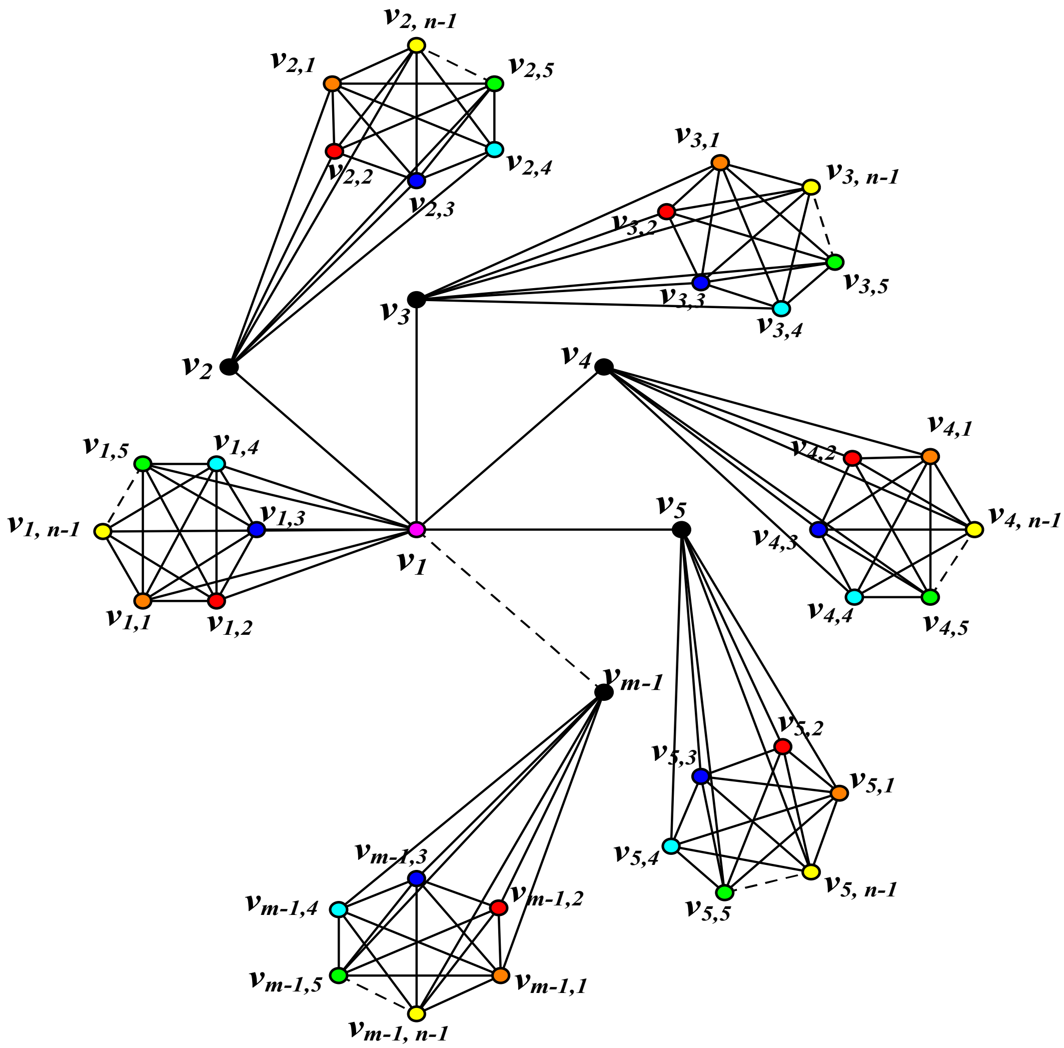
Untuk $n = 2$, maka ada dua kemungkinan yang dapat diperoleh yaitu untuk $m$ ganjil dan $m$ genap. Jika $m$ genap, dimana $n$ memiliki sebanyak 2 warna pada graf $K_n$. Karena setiap titik di graf $K_n$ terhubung dengan salah satu titik di $C_m$, maka salah satu titik di graf $C_m$ dapat diwarnai dengan 1 warna yang sama dari graf $K_n$. Selanjutnya, untuk salah satu titik lainnya dapat diwarnai dengan satu warna yang berbeda diluar dari graf $K_n$. Jadi, graf $(C_m \odot K_n)$ sedikitnya dapat diwarnai sebanyak dengan $n + 1 = 2 + 1 = 3$ warna. Dengan demikian, $\chi(C_m \odot K_n) = 3$.

Sedangkan, untuk $m$ ganjil masih dengan $n = 2$, dimana untuk graf $C_m$ membutuhkan 3 warna untuk mewarnai setiap titiknya. Misalkan $C = \{1, 2, 3\}$ merupakan himpunan warna untuk graf $C_m$ pada graf $(C_m \odot K_n)$. Selanjutnya, untuk $n$ copy graf $K_n$ dengan $n = 2$ pada graf $(C_m \odot K_n)$ dapat diwarnai dengan 2 warna yang tersedia dari graf $C_m$. Artinya, dengan 3 warna yang tersedia dari graf $C_m$ dapat mengakomodir untuk mewarnai graf $K_n$ sebanyak 2 warna sehingga diperlukan 1 warna lainnya untuk mewarnai setiap titik $n - copy$ graf $C_m$ yang terhubung dengan salah satu titik di $K_n$ yang merupakan warna ketiga untuk mewarnai graf $(C_m \odot K_n)$. Dengan demikian, diperoleh juga $\chi(C_m \odot K_n) = 3$.

Untuk $n \geq 3$ dengan $\chi(C_m) = 2$ untuk $m$ genap dan $\chi(C_m) = 3$ untuk $m$ ganjil. Sedangkan untuk $\chi(K_n) = n$ dimana setiap titik di graf $K_n$ dapat diwarnai sebanyak $n$ warna. Adapun graf $K_n$ merupakan komponen dari graf $C_m$ pada graf $(C_m \odot K_n)$ pasti dapat diwarnai dengan $m$ warna yang tersedia. Sementara itu, untuk setiap titik dari graf $K_n$ yang terhubung dengan salah satu titik di graf $C_m$ tidak dapat diwarnai dengan $n$ warna yang tersedia, sehingga diperlukan warna yang berbeda yaitu dengan $n + 1$ warna. Dengan demikian, $\chi(C_m \odot K_n) = 3$ untuk $n \geq 3$. ■

b. Bilangan Kromatik Kelas Graf $(S_m \odot K_n)$

Hasil operasi corona graf $S_m$ dan graf $K_n$ dinotasikan dengan $S_m \odot K_n$. Dimana $n$ copy graf $K_n$ dan setiap titik copy graf $K_n$ dihubungkan dengan setiap himpunan titik graf $S_m$, dengan kata lain $K_n$ merupakan komponen graf $S_m \odot K_n$.




**Gambar 3**. Graf $S_m \odot K_n$

*Teorema 2.*

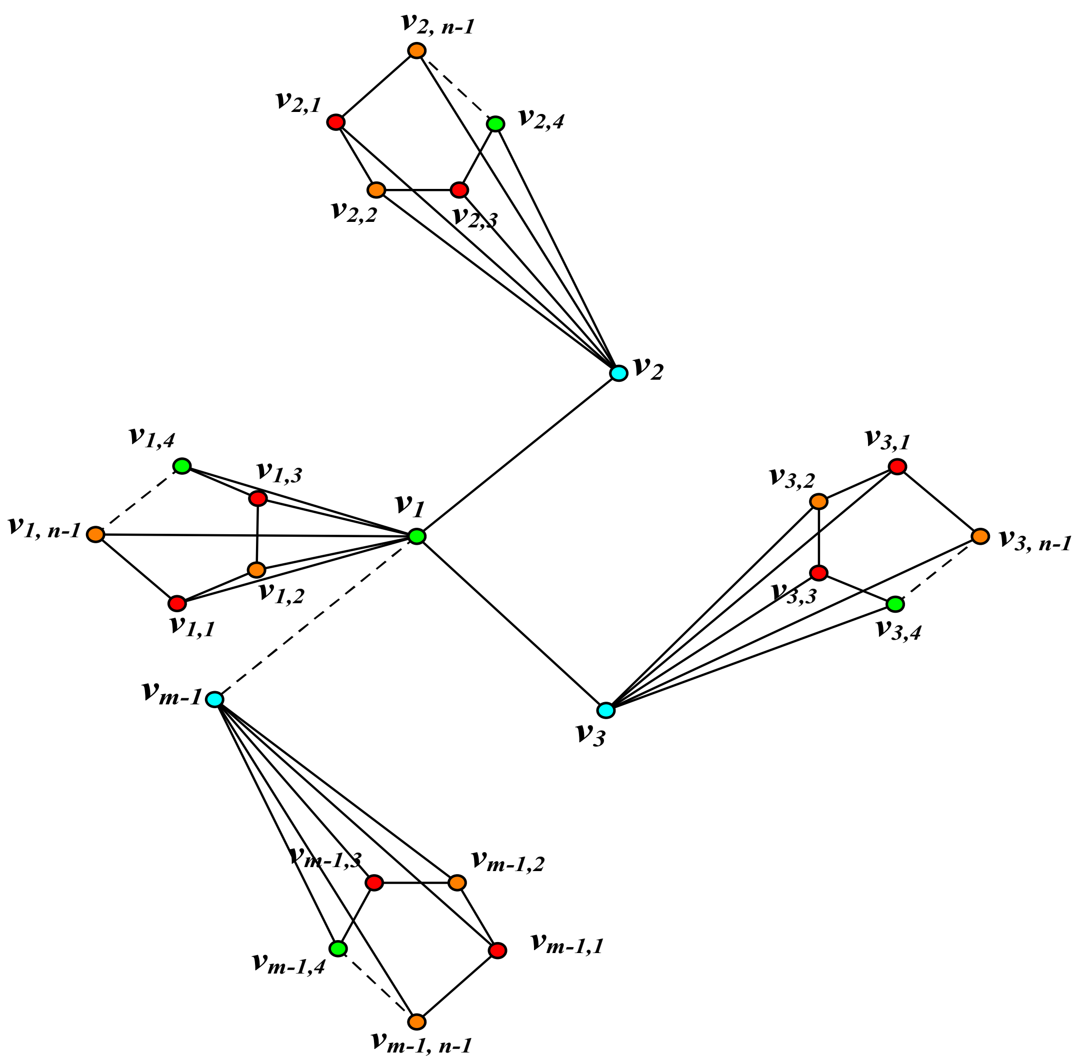
$$\chi(S_m \odot K_n) = n + 2$$

Bukti:

Diketahui bahwa $\chi(S_m) = 2$, untuk $m \geq 1$. Oleh karena itu graf $S_m$ pada graf $S_m \odot K_n$ dapat diwarnai cukup dengan 2 warna. Misal, $C = \{1,2\}$ adalah himpunan warna untuk graf $S_m$. Kemudian untuk $m$ copy graf $K_n$ tidak dapat menggunakan warna yang ada di $C$ hal ini dikarenakan $m$ copy graf $K_n$ terhubung dengan verteks daun dan verteks pusat yang ada pada graf $S_m$. Sebagaimana diketahui $\chi(K_n) = n$ dan graf $K_n$ merupakan graf $n - 1$ reguler dengan verteks saling terhubung satu sama lain maka untuk mewarnai verteks $K_n$ memerlukan warna tambahan sesuai $n$. Maka untuk menentukan $\chi(S_m \odot K_n)$ dapat dicari dengan cara menambahkan $\chi(K_n)$ dengan pada $C$. Dengan demikian $\chi(S_m \odot K_n) = n + 2$ ■

c. Bilangan Kromatik Kelas Graf ($S_m \odot C_n$)

Graf $S_m \odot C_n$ merupakan bentuk baru dari graf yang dioperasikan menggunakan operasi corona antara graf bintang ($S_m$) dan graf *cycle* ($C_n$). Dalam hal ini $n$ copy graf $C_n$ dan setiap verteks copy graf $C_n$ dihubungkan dengan anggota verteks graf $S_m$.




**Gambar 4**. Graf $S_m \odot C_n$

*Teorema 3.*

$$\chi\,(S_m \odot C_n) = \begin{cases} 3, \textit{jika n genap} \\ 4, \textit{jika n ganjil} \end{cases}$$

Bukti :

Teroema diatas akan dibuktikan dengan menggunakan dua kasus kecil graf hasil operasi corona :

Diketahui $\chi(C_n) = 3$, jika $n$ genap dan $\chi(C_n) = 4$, jika $n$ ganjil. Dengan demikian, sebanyak $m$ copy graf $C_n$ dapat diwarnai dengan minimal 3 warna dan maksimal 4 warna disesuaikan dengan $n$ yang ada pada $S_m \odot C_n$. Misal $C = \{1,2,3,4\}$ adalah warna maksimal yang bisa digunakan untuk mewarnai $C_n$. Kemudian diketahui jika $\chi(S_m) = 2$, dimana salah satu warna digunakan untuk mewarnai verteks pusat $S_m$ dan satu warna lagi digunakan untuk mewarnai verkteks daun $S_m$ sebanyak $m$ copy. Dikarenakan graf $C_n$ terhubung dengan verteks daun graf $S_m$ dengan demikian salah satu verteks $S_m$ selalu bisa diwarnai menggunakan $C$. Lalu untuk mewarnai salah satu verteks $S_m$ yang lain memerlukan satu warna tambahan dengan warna yang berbeda dari $C$.

**Kasus 1 :**

Misal graf $S_5 \odot C_3$ dan diketahui $C = \{merah, kuning, hijau\}$ merupakan himpunan warna yang tersedia untuk mewarnai graf $C_3$, kemudian untuk mewarnai salah satu verteks $S_5$ baik verteks pusat atau verteks daunnya bisa menggunakan salah satu warna $C$. Karena diketahui $\chi(S_m) = 2$ maka untuk mewarnai satu verteks tersisa pada $S_m$ memerlukan satu warna tambahan diluar warna $C$, sehingga $\chi\ (S_5 \odot C_3) = 4$ warna.

**Kasus 2 :**

Misal graf $S_3 \odot C_4$ dan diketahui $C = \{biru, ungu\}$ merupakan himpunan warna yang tersedia untuk mewarnai graf $C_4$, kemudian untuk mewarnai salah satu verteks $S_3$ baik verteks pusat atau verteks daunnya bisa menggunakan salah satu warna $C$. Karena diketahui $\chi(S_m) = 2$ maka untuk mewarnai satu verteks tersisa pada $S_m$ memerlukan satu warna tambahan diluar warna $C$, sehingga $\chi\ (S_5 \odot C_3) = 3$ warna.

Dari dua contoh kasus kecil diatas, dapat disimpulkan bahwa penentuan $\chi\ (S_m \odot C_n)$ dapat memperhatikan terlebih dahulu nilai ganjil atau genap $n$ pada $C_n$, jika $n$ bernilai genap maka $\chi\ (S_m \odot C_n) = 3$ dan jika $n$ bernilai ganjil maka $\chi\ (S_m \odot C_n) = 4$. ■

## 5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan diperoleh beberapa teorema diantara nya yaitu pola bilangan kromatik yang didapatkan dengan melakukan operasi korona dan telah dibuktikan dengan berdasarkan teorema-teorema dan definisi yang sudah ada sebelumnya yakni pada beberapa kelas graf sebagai berikut :

- Perumuman bilangan kromatik pada kelas graf $(\boldsymbol{C_m \odot K_n})$
  *Teorema 1.* $(\boldsymbol{C_m \odot K_n}) = \boldsymbol{n + 1}$
- Perumuman bilangan kromatik pada kelas graf $(\boldsymbol{S_m \odot K_n})$
  *Teorema 2.* $(\boldsymbol{S_m \odot K_n}) = \boldsymbol{n + 2}$
- Perumuman bilangan kromatik pada kelas graf $(\boldsymbol{S_m \odot C_n})$
  *Teorema 3.* $\boldsymbol{\chi\ (S_m \odot C_n)} = \begin{cases} \boldsymbol{3, jika\ n\ genap} \\ \boldsymbol{4, jika\ n\ ganjil} \end{cases}$

## 6. REFERENSI

Bondy, J.A., & Murty, U.S.R. (2018). *Graph Theory with Applications.* (S.Axler & K.A.Ribet, Eds). Springer

Chartrand, G.,dkk. (2002). *The Locating-chromatic Number of a Graph*. Bull Inst.Combin.Appl, 36 : 89 – 101

Harju, T., (2011). *Graph Theory,* Departement of Mathematics, Turku, Finland.

Firmansyah, Mujib A. (2020). *Bilangan Kromatik Graf Corona Cn ⊙ Cm*. 474-480.

Mahardika, F., & Marcos, H. (2017). *Penerapan Algoritma Graf Welch Powel pada Penjadwalan Mata Kuliah dan Jadwal Asisten Study Kasus Forum Asisten STMIK Amikom Purwokerto*. Jurnal Simetris, 8 (2). 825-832

Munir, R. (2012). *Matematika Diskrit Edisi Kelima*. Bandung: Informatika

Noviyanti, V.R. (2018). *Pewarnaan Sisi r-Dinamis Pada Graf Khusus Serta Graf Operasi Sakel dan Generalisasinya.* Jember: Skripsi Universitas Jember

Prasancika, K. W. (2021).*Kekuatan Ketidakteraturan Modular Beberapa Graf Padat* (Doctoral dissertation, Universitas Pendidikan Ganesha)