Jurnal Derivat, Volume 11 No.2 Agustus 2024
ISSN: 2549-2616

Pembentukan Portofolio Optimal Saham Dengan Menggunakan Model Portofolio *Mean-Variance-Skewness-Kurtosis*

La Gubu[1], Muhamad Rashif Hilmi[2]
[1]Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Halu Oleo
email: la.gubu@uho.ac.id (penulis kotespondensi)
[2]Fakultas Dakwah dan Komunikasi, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga
email: rashif.hilmi@uin-suka.ac.id

Abstrak

Paper ini menyajikan pengembangan model portofolio *Mean-Variance* (MV) klasik Markowitz, yaitu model portofolio *Mean-Variance-Skewness-Kurtosis* (MVSK). Model portofolio MVSK bertujuan untuk mengatasi kenyataan bahwa sebagian besar return saham di pasar modal tidak mengikuti distribusi normal, serta terdapat *skewness* dan *kurtosis* yang berlebihan. Penyelesaian model portofolio MVSK ditentukan dengan menggunakan metode Newton-Raphson. Untuk melihat kelebihan model MVSK, dilakukan kajian empiris terhadap portofolio yang dibangun dengan menggunakan empat saham terbaik saham-saham di Bursa Evek Indonesia yang masuk dalam kelompok indeks LQ45 periode Februari-Juli 2023. Kajian empiris menunjukkan bahwa untuk *risk aversion* $\gamma \leq 15$ kinerja portofolio yang dibentuk dengan menggunakan model MVSK mengungguli kinerja portofolio yang dibentuk dengan menggunakan model MV klasik, sedangkan untuk *risk aversion* $\gamma > 15$ kinerja portofolio yang dibangun dengan model MV klasik mengungguli kinerja portofolio yang dibentuk dengan model MVSK. Selain itu diperoleh pula bahwa untuk *risk aversion* $\gamma \to \infty$, bobot dan kinerja portofolio yang dibentuk dengan menggunakan model MVSK mendekati bobot dan kinerja portofolio yang dibentuk dengan menggunakan model MV klasik.

Kata Kunci: portofolio, *return*, risiko, kinerja portofolio, MVSK.

Abstract

This paper presents the development of Markowitz's classic Mean-Variance (MV) portfolio model, namely the Mean-Variance-Skewness-Kurtosis (MVSK) portfolio model. The MVSK portfolio model aims to overcome the fact that most stock returns in the capital market do not follow a normal distribution, and there are skewness and excessive kurtosis. The solution of the MVSK portfolio model is determined using the Newton-Raphson method. To see the advantages of the MVSK model, an empirical study was carried out on a portfolio construction using the four best stocks on the Indonesian Stock Exchange, which are included in the LQ45 index group for February-July 2023. The empirical study shows that for risk aversion $\gamma \leq 15$, *the performance of portfolios formed using the MVSK model outperforms portfolios formed using the classical MV model, while for risk aversion* $\gamma > 15$, *the performance of portfolios formed using the classic MV model outperforms portfolios formed using the MVSK model. In addition, it was also found that for risk aversion* $\gamma \to \infty$, *the weight and performance of the portfolio formed using the MVSK model were close to the weight and performance of the portfolio formed using the classic MV model.*

Keywods: *portofolio, return, risk, portfolio performance, MVSK.*

1. PENDAHULUAN

Sejak model portofolio *Mean-Variance* (MV) diperkenalkan pertama kali oleh Markowitz pada tahun 1952, model tersebut telah menjadi alat yang dikenal luas dan berguna untuk optimalisasi portofolio dalam teori portofolio modern. Banyak penelitian mengenai pemilihan portofolio telah dilakukan hanya berdasarkan dua momen pertama (*mean* dan variansi) dari distribusi *return*, yang menunjukkan bagaimana model MV telah sepenuhnya mengubah cara orang berpikir tentang portofolio aset sejak karya penting Markowitz diterbitkan pada tahun 1952.

Model portofolio MV diaplikasikan pada pembentukan portofolio optimum dengan asumsi bahwa *return* saham mengikuti distribusi normal seperti diungkapkan oleh Naqvi, dkk. (2017). Peneliti lain sebelumnya seperti: Lai, dkk. (2006), Metaxiotis (2019), dan Lu dkk. (2019), mengungkapkan bahwa secara umum *return* saham di pasar modal tidak terdistribusi normal dan dapat menceng (*skewed*) baik positif (ke kanan) maupun negatif (ke kiri) dengan *kurtosis* berlebih. Menurut Khan dkk. (2020), *return* saham yang memiliki *skewness* negatif menunjukkan kemungkinan *return* negatif lebih tinggi dibandingkan *return* positif.

Beberapa peneliti, seperti: Chen, dkk. (2020), Marques dan Benasciutti (2020), Khan dkk. (2020), serta Pahade dan Jha (2021), telah memperhitungkan momen orde ketiga dan keempat, *skewness* dan *kurtosis* pada pembentukan portofolio optimum. Peneliti lain seperti Díaz, dkk. (2022) menjelaskan bahwa, selain *mean* dan variansi, *skewness* dan *kurtosis* juga memainkan peran penting dalam pembentukkan portofolio optimal. Nilai *skewness* dan *kurtosis* juga dapat digunakan untuk mengantisipasi nilai return yang tidak normal. Model portofolio yang mempertimbangkan aspek *skewness* dan *kurtosis* disebut model *Mean-Variance-Skewness-Kurtosis* (MVSK). Tujuan dari model ini adalah untuk meminimalkan risiko dan kelebihan *kurtosis* sekaligus memaksimalkan *return* dan *skewness*.

Sebagai kontribusi baru kami, dalam penelitian ini kami membentuk portofolio optimum dengan menggunakan model portofolio MVSK dan membandingkan kinerja portofolio yang terbentuk dengan kinerja portofolio yang dibentuk dengan menggunakan model portofolio MV klasik. Selain itu kami juga melakukan analisis mengenai kecenderungan bobot dan kinerja portofolio ketika *risk aversion* $\gamma \to \infty$.

2. METODE PENELITIAN

Pada bagian ini akan disajikan materi pendukung dan prosedur penelitian yang digunakan dalam penelitian ini, meliputi: portofolio *Mean-Variance*, portofolio *Mean-Variance-Skewness-Kurtosis*, rasio Sharpe, dan prosedur penelitian.

2.1 Portfolio Mean-Variance

Hubungan antara *return* dan risiko dalam manajemen investasi bersifat kokoh dan linier. *Return* yang diperoleh akan tinggi jika risikonya tinggi, dan sebaliknya jika *return* yang diperoleh rendah maka resikonya juga akan rendah. Pada tahun 1950-an, Harry Markowitz mempelopori Teori Portofolio Modern. Teori ini berpendapat bahwa investasi memiliki dua komponen, yaitu *return* dan risiko. Menurut teori ini bahwa diversifikasi dan penyusunan portofolio instrumen investasi dapat mengurangi risiko. Tulisan Harry Markowitz tentang pembentukan portofolio yang dimuat dalam Journal of Finance yang dipublikasi pada tahun 1952 banyak dibaca dan dijadikan rujukan bagi peneliti dan praktisi pasar modal.

Landasan teori portofolio Markowitz (1952) adalah pendekatan *mean* dan variansi, di mana *mean* mengukur *expected return* dan variansi mengukur risiko. Sehingga model portofolio Markowitz disebut model portofolio *Mean-Variance* (MV). Untuk memilih dan membangun portofolio yang optimal, model ini sangat menekankan upaya untuk memaksimalkan *return* yang diharapkan dan meminimalkan risiko. Supandi (2017) menyatakan bahwa masalah optimasi berikut dapat diselesaikan untuk menentukan portofolio optimum dengan model MV.

$$\max_{w} \boldsymbol{w}'\boldsymbol{\mu} - \frac{\gamma}{2}\boldsymbol{w}'\Sigma\boldsymbol{w} \tag{1}$$

dengan kendala

$$\boldsymbol{w}'\boldsymbol{e} = 1 \tag{2}$$

dimana $\boldsymbol{\Sigma}$ adalah matriks kovariansi, $\boldsymbol{e}$ adalah matriks kolom dengan semua elemen sama dengan 1, $\boldsymbol{\mu}$ adalah vektor *mean*, $\gamma \geq 0$ adalah relatif ukuran penghindaran risiko (*risk aversion*), dan $\boldsymbol{w}$ menyatakan bobot portofolio.

Setiap *investor* dihadapkan dengan risiko tertentu untuk memperoleh tingkat keuntungan tertentu. Karena keuntungan berkompensasi dengan risiko, *investor* harus menyeimbangkan *trade-off* antara keuntungan dan risiko dengan memilih γ yang tepat. Terdapat dua kasus situasi ekstrim, di mana *investor* ingin menaikkan tingkat *return* (keuntungan) dan mengurangi risiko (kerugian), yaitu ketika $\gamma = 0$, fungsi objektif (1) memberikan tingkat *return* maksimum tanpa memperhatikan risiko yang akan ditanggung. Sedangkan apabila $\gamma \to \infty$, *investor* akan memilih risiko yang paling minimum tanpa memperhatikan tingkat *return*.

Masalah optimasi (1) dengan kendala Persamaan (2) telah diselesaikan oleh Supandi (2017) dengan menggunakan metode Lagrange dan solusinya adalah:

$$\boldsymbol{w} = \frac{1}{\gamma}(\Sigma^{-1} - \Sigma^{-1}\boldsymbol{e}(\boldsymbol{e}'\Sigma^{-1}\boldsymbol{e})^{-1}\boldsymbol{e}'\Sigma^{-1})\boldsymbol{\mu} + \Sigma^{-1}\boldsymbol{e}(\boldsymbol{e}'\Sigma^{-1}\boldsymbol{e})^{-1} \tag{3}$$

dengan Σ^{-1} adalah invers dari matriks kovariansi dan $\boldsymbol{e}'$ dan transpos matriks kolom kolom $\boldsymbol{e}$.

Penyelesaian seperti yang diberikan oleh Persamaan (3) menunjukkan bahwa portofolio optimal ($\boldsymbol{w}$) bergantung pada input $\boldsymbol{\mu}$ dan $\boldsymbol{\Sigma}$.

2.2 Portofolio Mean-Variance-Skewness-Kurtosis

Investor memperhitungkan *mean*, variansi, *skewness*, dan *kurtosis* dalam membangun portofolio dengan menggunakan model *Mean-Variace-Skewness-Kurtosis* (MVSK). Secara umum diketahui bahwa kovariansi antara *return* aset dan variansi aset penyusun portofolio juga berkontribusi terhadap variansi portofolio. *Return* aset penyusun portofolio tidak dapat dianggap independen karena biasanya *return* aset penyusun portofolio bergerak seiring. Demikian pula, *skewness* dan *kurtosis* aset-aset penyusun portofolio juga melibatkan *co-skewness* dan *co-kurtosis* aset-aset penyusun portofolio tetapi dalam bentuk yang sedikit berbeda. Rumus *co-skewness* dan *co-kurtosis* didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\sigma_{ijk} &= E\big[(r_i - \mu_i)\big(r_j - \mu_j\big)(r_k - \mu_k)\big] \\ &= E\big[\big(r_i r_j r_k\big)\big] - \mu_i\sigma_{jk} - \mu_j\sigma_{ik} - \mu_k\sigma_{ij} - \mu_i\mu_j\mu_k\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}\sigma_{ijkl} &= E\big[(r_i - \mu_i)\big(r_j - \mu_j\big)(r_k - \mu_k)(r_l - \mu_l)\big] \\ &= E\big[\big(r_i r_j r_k r_l\big)\big] - \mu_i\sigma_{jkl} - \mu_j\sigma_{ikl} - \mu_k\sigma_{ijl} - \mu_l\sigma_{ijk} \\ &\quad -\mu_i\mu_j\sigma_{kl} - \mu_i\mu_k\sigma_{jl} - \mu_i\mu_l\sigma_{jk} - \mu_j\mu_k\sigma_{il} - \mu_j\mu_l\sigma_{ik} - \mu_k\mu_l\sigma_{ij} - \mu_i\mu_j\mu_k\mu_l\end{aligned}$$

dimana r_i adalah *return* saham *i* dan μ_i adalah *mean return* saham *i*.

Misalkan suatu portofolio berisi *p* aset. Matriks *co-skewness* ($\boldsymbol{M}_3$) adalah matriks $p \times p^2$ dengan entri σ_{ijk}. Sedangkan matriks *co-kurtosis* ($\boldsymbol{M}_4$) adalah matriks $p \times p^3$ dengan entri σ_{ijkl}. Lebih jelasnya dapat dituliskan sebagai berikut

$$\boldsymbol{M}_3 = \begin{bmatrix} \sigma_{111} & \cdots & \sigma_{1p1} \vdots & \cdots & \vdots & \sigma_{11p} & \cdots & \sigma_{1pp} \\ \vdots & \ddots & \vdots\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p11} & \cdots & \sigma_{pp1} \vdots & \cdots & \vdots & \sigma_{p1p} & \cdots & \sigma_{ppp} \end{bmatrix}$$

dan

$$\boldsymbol{M}_4 = \begin{bmatrix} \sigma_{1111} & \cdots & \sigma_{1p11} \vdots & \cdots & \vdots & \sigma_{11p1} & \cdots & \sigma_{1pp1} & \vdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \ddots & \vdots\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{p11} & \cdots & \sigma_{pp11} \vdots & \cdots & \vdots & \sigma_{p1p1} & \cdots & \sigma_{ppp1} & \vdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{cccccccccccc} \cdots & \cdots & \vdots & \sigma_{111p} & \cdots & \sigma_{1p1p} & \vdots & \cdots & \vdots & \sigma_{11pp} & \cdots & \sigma_{1pp} \\ \cdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \vdots & \sigma_{p11p} & \cdots & \sigma_{pp1p} & \vdots & \cdots & \vdots & \sigma_{p1pp} & \cdots & \sigma_{pppp} \end{array}\right]$$

Selanjutnya, *skewness* portofolio ($\boldsymbol{s}_{port}$) dan *kurtosis* portofolio ($\boldsymbol{k}_{port}$) masing-masing didefinisikan sebagai momen ketiga dan keempat di sekitar *mean*.

$$\boldsymbol{s}_{port} = E\big(R_p - E(R_p)\big)^3 = \boldsymbol{w}^T\boldsymbol{M}_3(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}) \tag{4}$$

dan

$$\boldsymbol{k}_{port} = E\big(R_p - E(R_p)\big)^4 = \boldsymbol{w}^T\boldsymbol{M}_3(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}) \tag{5}$$

Dalam hal ini $\otimes$ adalah *Kronecker product* dan $\boldsymbol{w}^T = [w_1 \dots w_p]$, w_i adalah bobot saham i yang akan ditentukan, $i = 1, \dots, p$.

Tantangan utama ketika mengoptimalkan portofolio dengan model MVSK adalah menentukan berapa banyak uang yang harus digunakan untuk membeli setiap saham untuk menghasilkan portofolio dengan *mean* yang tinggi, *skewness* positif, variansi yang lebih rendah, dan jumlah kelebihan *kurtosis* yang sesedikit mungkin ketika semua uang diinvestasikan. Menurut Lai, dkk. (2006), secara matematis dapat dinyatakan sebagai:

Maksimumkan $R_p = \boldsymbol{r}^T\boldsymbol{w}$ (6)

Minimumkan $\sigma^2_{port} = \boldsymbol{w}^T\boldsymbol{M}_2\boldsymbol{w}$ (7)

Maksimumkan $s_{port} = \boldsymbol{w}^T\boldsymbol{M}_3(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w})$ (8)

Minumumkan $k_{port} = \boldsymbol{w}^T\boldsymbol{M}_4(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w})$ (9)

dengan syarat $\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{1}_p = 1$ (10)

Kombinasi linier dapat dibentuk dengan memberikan empat koefisien pembobot, a_1, a_2, a_3, dan a_4, berdasarkan fungsi tujuan (6)-(9). Hal tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut:

$$\text{Minimumkan } -a_1\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{w} + a_2\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{M}_2\boldsymbol{w} - a_3\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{M}_3(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}) + a_4\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{M}_4(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}) \tag{11a}$$

dengan kendala

$$\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{1}_p = 1 \tag{11b}$$

Untuk meminimumkan fungsi tujuan dan batasan yang diberikan, dibentuk fungsi Lagrange sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L = {} & -a_1\boldsymbol{r}^T\boldsymbol{w} + a_2\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{M}_2\boldsymbol{w} - a_3\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{M}_3(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}) + a_4\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{M}_4(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}) \\ & + \alpha\big(\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{1}_p - 1\big) \end{aligned} \tag{12}$$

Misalkan $a_1 = s$, $a_2 = \frac{\gamma}{2}$, $a_3 = u$ dan $a_4 = v$, dengan $s, u, v \geq 0$ and $\gamma > 0$.
Untuk menentukan nilai optimum dari persamaan (12), langkah yang dilakukan adalah derivatifkan fungsi L terhadap $\boldsymbol{w}$ dan disamakan dengan nol, sehingga diperoleh:

$$\boldsymbol{w} = \frac{1}{2\lambda}\boldsymbol{M}_2^{-1}\big(s\boldsymbol{r} + \boldsymbol{3}u\boldsymbol{M}_3(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}) - 4v\boldsymbol{M}_4(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}) - \alpha\boldsymbol{1}_p\big) \tag{13}$$

Dengan mensubstitusi Persamaan (13) ke dalam Persamaan (11b), diperoleh:

$$\begin{aligned} \alpha = {} & \frac{s}{\boldsymbol{1}_p^T\boldsymbol{M}_2^{-1}\boldsymbol{1}_p}\boldsymbol{1}_p^T\boldsymbol{M}_2^{-1}\boldsymbol{r} + \frac{3u}{\boldsymbol{1}_p^T\boldsymbol{M}_2^{-1}\boldsymbol{1}_p}\boldsymbol{1}_p^T\boldsymbol{M}_2^{-1}\boldsymbol{M}_3(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}) - \\ & \frac{4v}{\boldsymbol{1}_p^T\boldsymbol{M}_2^{-1}\boldsymbol{1}_p}\boldsymbol{1}_p^T\boldsymbol{M}_2^{-1}\boldsymbol{M}_4(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}) - \frac{2\lambda}{\boldsymbol{1}_p^T\boldsymbol{M}_2^{-1}\boldsymbol{1}_p} \end{aligned} \tag{14}$$

Sehingga bobot portofolio MVSK menjadi:

$$\boldsymbol{w}_{MVSK} = \frac{1}{2\lambda}\boldsymbol{M}_2^{-1}\left(s\boldsymbol{r} + \boldsymbol{3}u\boldsymbol{M}_3(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}) - 4v\boldsymbol{M}_4(\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}\otimes\boldsymbol{w}) - \alpha\boldsymbol{1}_p\right) \tag{15}$$

dengan α seperti yang diberikan pada Persamaan (14).

Dengan memilih $s = 1$, $u = 1$, $v = 1$, dan γ sebagai koefisien *risk aversion* yang dibuat bervariasi, maka bobot portofolio MVSK dapat ditentukan untuk *risk aversion* tertentu dengan menggunakan metode Newton-Rapson, seperti yang telah dilakukan oleh Agustina dkk. (2022).

2.3 Rasio Sharpe

Beberapa metrik, seperti rasio Sharpe atau indeks Sharpe, dapat digunakan untuk menilai kinerja (*performance*) saham atau portofolio. Sharpe (1994) menyatakan bahwa rasio Sharpe mengukur kelebihan *return* per unit risiko. Selain itu, Sharpe (1994) menyatakan bahwa rasio Sharpe menggambarkan seberapa baik *return* aset mengkonpensasi pengambilan risiko oleh investor. Rasio Sharpe (*RS*) dihitung dengan membagi selisih antara *return* saham (*R*) dan tingkat suku bunga bebas risiko (R_f) dengan standar deviasi *return* saham (σ). Secara matematis hal ini dapat diungkapkan sebagai berikut:

$$RS = \frac{R - R_f}{\sigma} \tag{16}$$

Jika rasio Sharpe digunakan untuk mengukur kinerja portofolio, maka *return* saham dan risiko saham pada Persamaan (16) diganti dengan *return* portofolio dan risiko portofolio. Semakin tinggi rasio Sharpe suatu saham/portofolio, semakin baik saham/portofolio tersebut.

2.4 Prosedur Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan prosedur sebagai berikut:

1. Mengumpulkan data harga penutupan harian saham-saham indeks LQ45 periode Februari – Juli 2023 melalui lama https://finance.yahoo.com.
2. Mengumpulkan data suku bunga Bank Indonesia periode Februari – Juli 2023 melalui laman https://www.bi.go.id.
   Data suku bunga Bank Indonesia digunakan sebagai *retun* bebas risiko (*return risk free rate*). Rata-rata suku bunga yang digunakan dalam penelitian ini adalah 5,75% per tahun.
3. Menghitung *return* dan risiko setiap saham berdasarkan data yang diperoleh pada langkah 1.
   Return saham direpresentasikan oleh rata-rata *return* harian saham dan risiko direpresentasikan oleh deviasi standar *return* harian saham.
4. Menghitung rasio Sharpe setiap saham berdasarkan *return* dan risiko yang diperoleh pada langkah 3 dengan menggunakan persamaan (16).
5. Menentukan saham yang masuk sebagai penyusun portofolio berdasarkan rasio Sharpe yang diperoleh pada Langkah 4.
   Saham yang dipilih untuk masuk sebagai penyusun portofolio adalah empat saham dengan rasio Sharpe tertinggi dari 45 saham LQ45 periode Februari – Juli 2023.
6. Menentukan bobot portofolio MVSK menggunakan metode Newton-Rapson dengan bantuan fungsi **rootSolve** dalam package R untuk berbagai nilai *risk aversion* γ.
7. Menentukan *return* dan risiko portofolio MVSK untuk berbagai nilai *risk aversion* γ.
8. Menentukan kinerja (rasio Sharpe) portofolio MVSK untuk berbagai nilai *risk aversion* γ.

9. Menentukan kinerja (rasio Sharpe) portofolio MV klasik untuk berbagai nilai *risk aversion* γ.
10. Membandingkan kinerja portofolio MVSK dan kinerja portofolio MV klasik untuk berbagai nilai *risk aversion* γ berdasarkan rasio Sharpe yang diperoleh pada Langkah 8 dan Langkah 9.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Deskripsi Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data harga penutupan harian saham yang terdaftar di Bursa Efek Indonesia yang termasuk dalam indeks LQ45 periode Februari-Juli 2023. Harga penutupan harian setiap saham diperoleh secara online melalui laman https://finance.yahoo.com. Empat dari 45 saham dengan kinerja terbaik dipilih kemudian untuk membentuk portofolio optimal. Secara lebih terperinci, data yang digunakan dalam penelitian ini disajikan pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Table 1. *Mean*, Deviasi Standar, *Skewness*, *Kurtosis*, dan Rasio Sharpe Return Saham-saham Penyusun Portofolio

Saham	*Mean*	Deviasi Standar	*Skewness*	*Kurtosis*	Rasio Sharpe
BBRI	0,00175	0,01229	0,08021	3,81038	0,13034
ACES	0,00416	0,03314	1,13569	5,53780	0,12076
BRIS	0,00224	0,02841	1,29666	10,28789	0,07328
ASII	0,00131	0,01577	0,28596	7,22913	0,07307

Table 2. Normalitas Return Saham-saham Penyusun Portofolio

Saham	p-value	Keterangan
BBRI	0,0317454	Tidak Berdistrubusi Normal
ACES	0,0000834	Tidak Berdistrubusi Normal
BRIS	0,0000026	Tidak Berdistrubusi Normal
ASII	0,0000077	Tidak Berdistrubusi Normal

3.2 Pembobotan Portofolio

Pembobotan portofolio MVSK, dilakukan dengan mengimplementasikan fungsi **rootSolve** dalam paket pemrograman R untuk berbagai nilai koefisien *risk aversion* γ. Sebagai pembanding dilakukan pula pembobotan portofolio dengan menggunakan model portofolio MV klasik. Model portofolio MV klasik merupakan kejadian khusus dari model portofolio MVSK yaitu dengan mengambil $a_1 = 1$, $a_2 = \frac{\gamma}{2}$, $a_3 = 0$, dan $a_4 = 0$ pada Persamaan 11a Bagian 2.2. Saham-saham yang digunakan merupakan empat saham terbaik LQ45 periode Februari-Juli 2023 seperti terlihat pada Tabel 1. Tabel 3 dan Tabel 4 menunjukkan bobot portofolio yang dihasilkan.

Table 3. Bobot Portofolio Optimal dengan Model Portofolio MVSK

γ	BBRI	ACES	BRIS	ASII
0,5	0,019533	2,682551	0,566251	-2,268334
1	0,442353	1,290672	0,335187	-1,068213
2	0,517228	0,661641	0,203574	-0,382443
5	0,535930	0,301697	0,123033	0,039340
10	0,539998	0,183338	0,096030	0,180634
15	0,541230	0,143979	0,087012	0,227779
20	0,541831	0,124311	0,082499	0,251359
25	0,542187	0,112513	0,079791	0,265510
30	0,542423	0,104649	0,077984	0,274944
35	0,542590	0,099032	0,076694	0,281684

γ	BBRI	ACES	BRIS	ASII
40	0,542716	0,094819	0,075726	0,286739
45	0,542813	0,091543	0,074973	0,290670
50	0,542891	0,088922	0,074371	0,293816
100	0,543240	0,077128	0,071660	0,307971
200	0,543414	0,071232	0,070304	0,315050
300	0,543472	0,069266	0,069852	0,317409
400	0,543501	0,068283	0,069626	0,318589
500	0,543519	0,067694	0,069491	0,319297
10^3	0,543553	0,066514	0,069219	0,320713
10^4	0,543585	0,065453	0,068975	0,321987
$\to \infty$	0,543588	0,065335	0,068948	0,322129

Table 4. Bobot Portofolio Optimal dengan Model Portofolio MV Klasik

γ	BBRI	ACES	BRIS	ASII
0,5	0,401019	4,784608	1,153538	-5,339166
1	0,472302	2,424969	0,611246	-2,508517
2	0,507943	1,245149	0,340100	-1,093193
5	0,529328	0,537258	0,177413	-0,243999
10	0,536456	0,301294	0,123184	0,039066
15	0,538833	0,222639	0,105107	0,133421
20	0,540021	0,183312	0,096069	0,180060
25	0,540733	0,159715	0,090646	0,208905
30	0,541208	0,143984	0,087031	0,227776
35	0,541548	0,132747	0,084448	0,241255
40	0,541802	0,124321	0,082511	0,251365
45	0,542000	0,117766	0,081005	0,259227
50	0,542159	0,112522	0,079800	0,265518
100	0,542872	0,088925	0,074377	0,293825
200	0,543228	0,077127	0,071666	0,307978
300	0,543347	0,073195	0,070762	0,312696
400	0,543406	0,071228	0,070310	0,315055
500	0,543442	0,070049	0,070039	0,316470
10^3	0,543513	0,067669	0,069497	0,319300
10^4	0,543577	0,065565	0,069008	0,321848
$\to \infty$	0,543588	0,065335	0,068948	0,322129

3.2 Kinerja Portofolio

Berdasarkan bobot, vektor *mean*, dan matriks kovariansi saham-saham pembentuk portofolio, maka dapat ditentukan *return*, risiko, dan rasio Sharpe kedua model portofolio seperti disajikan pada Tabel 5 dan Tabel 6.

Tabel 5. *Return*, Risiko, dan Rasio Sharpe Portofolio Menggunakan Model Portofolio MVSK

γ	Return	Risiko	Rasio Sharpe
0,5	0,009492	0,091651	0,101847
1	0,005499	0,044430	0,120224
2	0,003617	0,023045	0,150102
5	0,002524	0,012093	0,195655
10	0,002163	0,009595	0,208981
15	0,002043	0,009059	0,208102
20	0,001983	0,008864	0,205917
25	0,001947	0,008772	0,203969
30	0,001923	0,008721	0,202394
35	0,001906	0,008691	0,201131
40	0,001893	0,008671	0,200108

γ	Return	Risiko	Rasio Sharpe
45	0,001883	0,008657	0,199268
50	0,001875	0,008648	0,198568
100	0,001839	0,008616	0,195110
200	0,001821	0,008609	0,193197
300	0,001815	0,008607	0,192533
400	0,001812	0,008607	0,192196
500	0,001810	0,008606	0,191992
10^3	0,001806	0,008606	0,191580
10^4	0,001803	0,008606	0,191206
$\to \infty$	0,001803	0,008606	0,191164

Tabel 6. *Return*, Risiko, dan Rasio Sharpe Portofolio Menggunakan Model Portofolio MV klasik

γ	Return	Risiko	Rasio Sharpe
0,5	0,016208	0,169958	0,094441
1	0,009005	0,085306	0,103722
2	0,005404	0,043299	0,121169
5	0,003243	0,019031	0,162137
10	0,002523	0,012087	0,195695
15	0,002283	0,010299	0,206347
20	0,002163	0,009595	0,208976
25	0,002091	0,009251	0,208950
30	0,002043	0,009059	0,208095
35	0,002008	0,008941	0,207004
40	0,001983	0,008864	0,205909
45	0,001963	0,008810	0,204887
50	0,001946	0,008772	0,203961
100	0,001875	0,008647	0,198557
200	0,001838	0,008616	0,195099
300	0,001826	0,008611	0,193836
400	0,001821	0,008608	0,193184
500	0,001817	0,008607	0,192787
10^3	0,001810	0,008606	0,191978
10^4	0,001803	0,008606	0,191234
$\to \infty$	0,001803	0,008606	0,191151

3.3 Pembahasan

Tabel 1 menunjukkan empat saham yang digunakan dalam penelitian ini yaitu saham BBRI, ACES, BRIS, dan ASII yang merupakan empat saham dengan rasio Sharpe terbaik dari 45 saham LQ45 periode Februari-Juli 2023. Rasio Sharpe pada saham-saham tersebut adalah 0,13034; 0,12076; 0,07328; dan 0,07307. Tabel 1 juga menunjukkan bahwa keempat saham tersebut mempunyai *skewness* dan *kurtosis*, dengan BBRI adalah saham dengan *skewness* terkecil yaitu 0,08021, dan saham yang mempunyai *kurtosis* tertinggi adalah saham BRIS yaitu 10,28789. Sedangkan Tabel 2 menunjukkan normalitas saham-saham yang digunakan dalam penelitian ini. Dari Tabel 2 terlihat bahwa seluruh saham yang digunakan tidak berdistribusi normal. Berdasarkan tinjauan literatur yang disajikan pada Bagian 1, menggunakan momen pertama dan kedua (*mean* dan matriks kovariansi) saja tidak cukup dalam membentuk portofolio optimum, harus melibatkan momen ketiga dan keempat (*skewness* dan *kurtosis*).

Tabel 3 menunjukkan pembobotan portofolio menggunakan model portofolio MVSK. Dari Tabel 3 dapat dilihat bahwa saham dengan rasio Sharpe terkecil, yaitu saham ASII mempunyai bobot negatif (-2,268334) untuk *risk aversion* $\gamma = 0{,}5$, kemudian bergerak menuju positif seiring dengan meningkatnya *risk aversion* γ dan konvergen ke 0,322129 (untuk $\gamma \to \infty$). Sementara itu saham dengan rasio Sharpe tertinggi yaitu saham BBRI, untuk *risk aversion* $\gamma = 0{,}5$ mempunyai bobot sebesar 0,019533, kemudian bobot tersebut membesar seiring dengan meningkatnya *risk aversion* γ, dan konvergen ke 0,543588 (untuk $\gamma \to \infty$). Sedangkan dua saham lainnya yakni ACES dan BRIS, untuk *risk aversion* $\gamma = 0{,}5$, bobot kedua saham tersebut masing-masing secara berturut-turut adalah 2,682551 dan 0,566251, kemudian mengalami penurunan seiring dengan meningkatnya *risk aversion* γ. Bobot kedua saham tersebut untuk *risk aversion* $\gamma \to \infty$ secara berturut-turut masing-masing konvergen ke 0,065335 dan 0,068948.

Tabel 4 menunjukkan pembobotan portofolio menggunakan model portofolio MV klasik. Perilaku bobot portofolio dengan mengunakan model portofolio MVSK ternyata sejalan dengan perilaku bobot portofolio dengan mengunakan model portofolio MV klasik. Dalam pengertian bahwa untuk *risk aversion* $\gamma = 0{,}5$, saham dengan rasio Sharpe terkecil yang semula berbobot negatif, kemudian bobotnya bergerak menuju positif seiring dengan meningkatnya *risk aversion* γ. Sementara itu saham dengan rasio Sharpe tertinggi, untuk *risk aversion* $= 0{,}5$, bobotnya sebesar 0,401019 kemudian meningkat seiring dengan meningkatnya *risk aversion* γ, dan menjadi 0,543588 untuk *risk aversion* $\gamma \to \infty$. Sedangkan dua saham lainnya yakni ACES dan BRIS, untuk *risk aversion* $\gamma = 0{,}5$, bobot kedua saham tersebut masing-masing secara berturut-turut adalah 4,784608 dan 1,153538, kemudian mengalami penurunan seiring dengan meningkatnya *risk aversion* γ. Bobot kedua saham tersebut untuk *risk aversion* $\gamma \to \infty$ akhirnya secara berturut-turut menjadi 0,065335 dan 0,068948.

Dalam mengevaluasi kinerja suatu portofolio tidak hanya *return* yang perlu diperhatikan, risiko juga perlu mendapat perhatian. Ada beberapa ukuran yang dapat digunakan untuk mengukur kinerja porofolio, salah satunya rasio Sharpe, saperti yang dibahas pada Bagian 2.3. Tabel 5 dan Tabel 6 menunjukkan *return*, risiko, dan rasio Sharpe portofolio yang dibentuk dengan menggunakan model portofolio MVSK dan MV klasik. Dari Tabel 5 dan Tabel 6 terlihat bahwa untuk *risk aversion* $\gamma \leq 15$, kinerja portofolio dengan menggunakan model portofolio MVSK mengungguli kinerja portofolio dengan menggunakan model portofolio MV klasik. Sedangkan untuk *risk aversion* $\gamma > 15$, kinerja portofolio dengan menggunakan model MV klasik lebih unggul dibandingkan kinerja portofolio dengan menggunakan model portofolio MVSK. Lebih lanjut dari Tabel 5 dan Tabel 6 juga dapat dilihat bahwa untuk *risk aversion* $\gamma \to \infty$ kinerja portofolio dengan menggunakan model portofolio MVSK sama dengan kinerja portofolio dengan menggunakan model portofolio dengan menggunakan model MV klasik.

4. KESIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bagaimana membangun portofolio dengan tidak hanya melibatkan *mean* dan matriks variansi-kovariansi saham-saham penyusun portofolio, tetapi juga melibatkan momen ketiga dan keempat (*skewness* dan *kurtosis*) saham-saham penyusun portofolio yang selanjutnya disebut model portofolio MVSK. Kinerja portofolio optimum dengan model MVSK kemudian dibandingkan dengan kinerja portofolio dengan model MV klasik. Hasil kejian empiris menunjukkan bahwa untuk *risk aversion* $\gamma \leq 15$, kinerja portofolio dengan model MVSK mengungguli kinerja portofolio model MV klasik, sedangkan untuk *risk aversion* $\gamma > 15$ kinerja portofolio yang dibangun dengan model MV klasik mengungguli kinerja portofolio yang dibentuk dengan model MVSK. Selain itu diperoleh pula bahwa untuk *risk aversion* $\gamma \to \infty$, kinerja portofolio MVSK hampir sama dengan kinerja portofolio MV klasik.

Kajian pembentukan portofolio dengan menggunakan model MVSK masih sangat terbuka untuk dilakukan pada penelitian-penelitian selanjutnya. Masalah terbuka yang masih dapat ditindaklanjuti di antaranya adalah bagaimana perbandingan kinerja portofolio MVSK dan portofolio MV *robust*.

5. REFERENSI

Agustina, D., Sari, D.P., Winanda, R.S., Hilmi, M.R., and Fakhriyana, D. 2022. "Comparison of Portfolio Mean-Variance Method with the Mean-Variance-Skewness-Kurtosis Method in Indonesia Stocks" dalam *Eksakta*, Vol. 22, No. 2, 88-97. Diunduh di https://eksakta.ppj.unp.ac.id/index.php/eksakta/article/view/316, pada tanggal 7 Desember 2023.

Chen, B., Zhong, J., & Chen, Y. 2020. "A Hybrid Approach for Portfolio Selection with Higher Order Moments: Empirical Evidence from Shanghai Stock Exchange", dalam *Expert Systems with Applications*, Vol. 145, 1-26. Diunduh di https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0957417419308218, pada tanggal 20 Januari 2024

Díaz, A., Esparcia, C., dan López, R. 2022. "The Diversifying Role of Socially Responsible Investments During the COVID-19 Crisis: A Risk Management and Portfolio Performance Analysis", dalam *Economic Analysis and Policy*, Vol. 75, 39–60. Diunduh di https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0313592622000686, pada tanggal 20 Februari 2024.

Khan, K. I., Waqar, S. M., Naqvi, A., and Ghafoor, M. M. 2020. "Sustainable Portfolio Optimization with Higher-Order Moments of Risk", dalam *Sustainability,* Vol. 12, No. 5, 1–14. Diunduh di https://www.mdpi.com/2071-1050/12/5/2006, pada tanggal 20 Januari 2024

Lai, K. K., Yu, L., dan Wang, S. 2006. "Mean-Variance-Skewness-Kurtosis-based Portfolio Optimization", dalam *First International Multi-Symposiums on Computer and Computational Sciences (IMSCCS'06)*, Vol. 2, 292–297. Diunduh di https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/4673719/metrics#metrics, pada tanggal 15 Januari 2024

Lu, X., Liu, Q., dan Xue, F. 2019. "Unique Closed-Form Solutions of Portfolio Selection Subject to Mean-Skewness-Normalization Constraints", dalam *Operations Research Perspectives*, Vol. 6, 1-15. Diunduh di https://www.econstor.eu/handle/10419/246374, pada tanggal 20 Februari 2024.

Markowitz, H. M. 1952. "Portfolio Selection", dalam *Journal of Finance*, Vol. 7, 77-91. Diunduh di https://www.math.hkust.edu.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf, pada tanggal 9 Desember 2023

Marques, J. M. E. and Benasciutti, D. 2020. "More on Variance of Fatigue Damage in Non-Gaussian Random Loadings-Effect of Skewness and Kurtosis", dalam *Procedia Structural Integrity*, Vol. 25, No. 1, 101–111. Diunduh di https://www.researchgate.net/publication/341582289_More_on_variance_of_fatigue_damage_in_non-Gaussian_random_loadings_-_effect_of_skewness_and_kurtosis, pada tanggal 4 Februari 2024.

Metaxiotis, K. 2019. “A Mean-Variance-Skewness Portfolio Optimization Model”, dalam *International Journal of Computer and Information Engineering,* Vol. 13, No. 2, 85–88. Diunduh di https://publications.waset.org/10010074/a-mean-variance-skewness-portfolio-optimization-model, pada tanggal 15 Januari 2024.

Naqvi, B., Mirza N., Naqvi, W. A., dan Rizvi, S. K. A. 2017. “Portfolio Optimisation with Higher Moments of Risk at the Pakistan Stock Exchange”, dalam *Economic Research-Ekonomska Istrazivanja*, Vol. 30, No. 2, 1594–1610. Diunduh di https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/1331677X.2017.1340182, pada tangga 15 Januari 2024.

Pahade. J. K. dan Jha, M. 2021. “Credibilistic Variance and Skewness of Trapezoidal Fuzzy Variable and Mean-Variance-Skewness Model for Portfolio Selection”*,* dalam *Results in Applied Mathematics*, Vol. 11, 1-12. Diunduh di https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2590037421000200, pada tanggal 4 Februari 2024.

Sharpe, W. F. 1994. “The Sharpe Ratio”, dalam *The Journal of Portfolio Management*, Vol. No. 1, 49–58. Diunduh di https://www.pm-research.com/content/iijpormgmt/21/1/49, pada tanggal 7 Desember 2023.

Supandi, E. D. 2017. “Developing of Mean-Variance Portfolio Modeling Using Robust Estimation and Robust Optimization Method”, dalam Disertasi Doktor Matematika Gadjah Mada University, Yogyakarta, Indonesia.