

Analisis Hambatan Belajar Pada Pembuktian Induksi Matematika Dalam Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa

Wildatus Sholihah

Fakultas Tarbiyah dan Keguruan, UIN Sunan Gunung Djati Bandung
email: wildatus.s@uinsgd.ac.id

Abstrak

Artikel ini membahas analisis hambatan belajar (learning obstacle) mahasiswa dalam pembuktian induksi matematika. Pembuktian induksi matematika merupakan topik penting dalam pengembangan keterampilan logika dan pemecahan masalah mahasiswa, tetapi banyak mahasiswa menghadapi hambatan dalam memahaminya. Hambatan belajar dianalisis berdasarkan indikator soal yang diberikan. Pemahaman matematis pada penelitian ini mencakup pemahaman instrumental dan pemahaman relasional. Penelitian dilakukan pada 22 mahasiswa kelas 5A Program Studi Pendidikan matematika UIN Sunan Gunung Djati Bandung. Metode yang digunakan adalah kualitatif deskriptif berdasarkan analisis jawaban mahasiswa. Hasil penelitian berupa hambatan belajar berdasarkan indikator soal dan indikator kemampuan pemahaman matematis.

Kata kunci : Hambatan belajar, Induksi Matematika, pemahaman matematis.

Abstract

This article discusses the analysis of learning obstacles among students in mathematical induction proof. Mathematical induction proof is a crucial topic in developing students' logical and problem-solving skills, but many students face obstacles in comprehending it. Learning obstacles are analyzed based on the question indicators provided. Mathematical understanding in this research includes instrumental understanding and relational understanding. The study was conducted on 22 students from class 5A in the Mathematics Education Program at UIN Sunan Gunung Djati Bandung. The method used is descriptive qualitative based on the analysis of student responses. The research results consist of learning obstacles based on question indicators and indicators of mathematical understanding ability.

Keyword: Learning Obstacles, Mathematical Induction, mathematical understanding ability.

PENDAHULUAN

Pembuktian Induksi Matematika adalah salah satu topik penting dalam pembelajaran matematika yang memiliki dampak yang signifikan pada pemahaman dan kemampuan mahasiswa dalam menjelajahi konsep-konsep matematika (Bani & Ate, 2020). Topik ini memainkan peran penting dalam mengembangkan keterampilan logika dan pemecahan masalah, yang merupakan keterampilan inti dalam pemahaman matematis mahasiswa. Pemahaman matematis yang baik akan membantu mahasiswa dalam menghadapi berbagai materi matematika yang lebih tinggi, seperti analisis real, teori bilangan, atau aljabar abstrak. Oleh karena itu, pemahaman yang baik mengenai pembuktian induksi matematika akan membantu mahasiswa dalam memahami berbagai konsep matematika yang lebih kompleks.

Kemampuan matematika mahasiswa dapat dilihat dari keterampilan dalam menyelesaikan soal evaluasi (Ardiawan, 2015). Kesulitan dalam menyelesaikan soal induksi matematika merupakan suatu kesukaran matematika yang meliputi banyak hal

salah satunya kemampuan kognitif mahasiswa (Anthika Putri, 2015). Faktor-faktor hambatan bisa berasal dari berbagai aspek, seperti kurangnya pemahaman konsep dasar matematika, kelemahan dalam logika, kurangnya pemahaman tentang pembuktian, atau kurangnya dukungan dalam proses pembelajaran.

Oleh karena itu, perlu dilakukan analisis yang mendalam mengenai hambatan-hambatan yang dihadapi oleh mahasiswa dalam memahami pembuktian induksi matematika. Dengan pemahaman yang lebih baik tentang masalah ini, pendekatan pembelajaran yang lebih efektif dapat dirancang untuk membantu mahasiswa mengatasi hambatan-hambatan ini.

Learning obstacle adalah hambatan atau rintangan yang dihadapi oleh individu dalam memahami atau mempelajari suatu konsep, keterampilan, atau materi pembelajaran (Vosniadou, 2013). Hambatan belajar biasanya bervariasi pada setiap peserta didik tetapi tidak jarang hambatan tersebut bersifat umum. Jika peserta didik mempelajari satu materi pembelajaran mengalami kesulitan pada beberapa bagian, kesulitan tersebut hampir sama dengan yang dialami oleh peserta didik lainnya meskipun hanya satu kesulitan yang sama. Contohnya dalam menyelesaikan pembuktian induksi matematika, peserta didik kesulitan menyelesaikan manipulasi aljabar pada langkah induktif. Kesulitan-kesulitan tersebut juga dialami oleh sebagian besar peserta didik lainnya.

Hambatan belajar peserta didik dapat diidentifikasi menjadi 2 karakteristik yaitu bersifat *didactical structural* dan epistemologis (Roeroe, 2011). Hambatan belajar yang bersifat *didactical structural* merupakan hambatan akibat dari pengalaman pembelajaran matematika dalam jangka waktu yang cukup lama sehingga peserta didik kurang terbiasa berhadapan dengan masalah-masalah bersifat terbuka yang seringkali tidak memerlukan konsep atau rumus tertentu untuk penyelesaiannya (Subroto & Sholihah, 2018). Kesulitan belajar yang bersifat epistemologis merupakan hambatan belajar peserta didik akibat pemahaman terhadap konsep yang kurang optimal sehingga hanya dapat menyelesaikan suatu permasalahan dalam satu atau dua bentuk situasi, jika dihadapkan pada situasi permasalahan yang berbeda maka peserta didik tidak akan mampu menyelesaikan permasalahan tersebut (Nur'ela et al., 2012).

Penelitian ini akan membahas hambatan belajar mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan induksi matematika sederhana berdasarkan kemampuan matematis mahasiswa. Pollatsek (Nuraeni et al., 2018) membagi pemahaman menjadi dua tingkat: pemahaman instrumental yaitu menghafal konsep atau prinsip tanpa mengaitkan dengan yang lainnya, dapat menerapkan rumus dalam perhitungan sederhana, dan mengerjakan hitungan secara algoritmik; pemahaman relasional yaitu mengaitkan satu konsep/prinsip dengan konsep/prinsip lainnya. Seperti yang dikemukakan Skemp dan Pollatsek (Priyo Darminto, 2015). Selanjutnya Darminto menyebutkan bahwa: Pemahaman instrumental merupakan pemahaman konsep yang saling terpisah dan hanya rumus yang dihafal untuk melakukan perhitungan sederhana, sedangkan pemahaman relasional merupakan pemahaman skema atau struktur yang digunakan untuk menyelesaikan masalah yang lebih luas dalam kehidupan sehari-hari.

Pemahaman matematis yang menjadi acuan dalam penelitian ini adalah pemahaman matematis berdasarkan penelitian Skemp. Terdapat dua jenis pemahaman, yaitu pemahaman instrumental dan pemahaman relasional (Astuti & Haryadi, 2023). Indikator dalam pemahaman instrumental yang akan diukur adalah mahasiswa dapat menerapkan langkah-langkah pembuktian induksi matematika pada soal yang diberikan. Sedangkan indikator pemahaman relasional yang akan diukur adalah mahasiswa mampu mengaitkan konsep induksi matematika dengan konsep yang lain.

Penelitian ini akan mengeksplorasi dan menganalisis hambatan-hambatan yang dihadapi oleh mahasiswa dalam memahami konsep pembuktian induksi matematika dan bagaimana hambatan ini memengaruhi kemampuan pemahaman matematis mereka. Dengan pemahaman yang lebih baik tentang hambatan ini, diharapkan dapat dirancang pendekatan pembelajaran yang lebih efektif untuk membantu mahasiswa mengatasi kesulitan dalam memahami pembuktian induksi matematika. Upaya ini akan berkontribusi pada peningkatan pemahaman matematis mahasiswa di tingkat perguruan tinggi dan pada kualitas pendidikan matematika secara keseluruhan.

1. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan penelitian kualitatif dengan pendekatan interpretatif. Partisipan dari penelitian ini adalah 22 mahasiswa kelas 5A Program Studi Pendidikan Matematika UIN Sunan Gunung Djati Bandung. Mahasiswa yang menjadi partisipan adalah mahasiswa yang telah belajar induksi matematika sebelumnya. Data diambil dari jawaban peserta didik pada soal induksi matematika berdasarkan indikator kemampuan pemahaman yang diberikan. Data dianalisis berdasarkan teori hambatan belajar.

2. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini adalah soal induksi matematika sederhana yang diberikan kepada mahasiswa berdasarkan kemampuan pemahaman matematis. Sebelum membahas tentang hambatan belajar, disajikan terlebih dahulu distribusi jawaban mahasiswa agar bisa melihat lebih luas tentang tahapan mahasiswa dalam menjawab soal tersebut. Berikut soal dan distribusi jawaban soal:

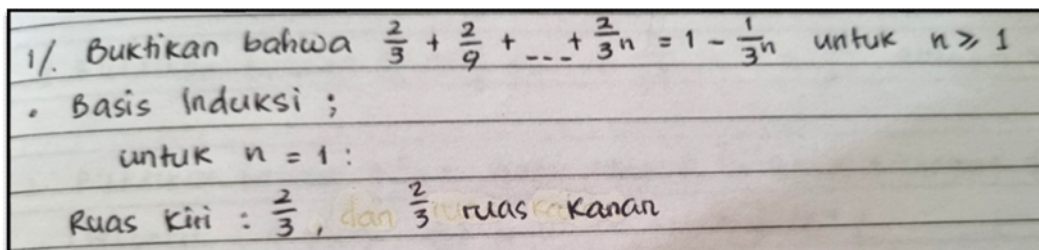
$$\text{Buktikan bahwa } \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{3^n} = 1 - \frac{1}{3^n} \text{ untuk } n \geq 1 \text{ dan } n \in \mathbb{Z}^+$$

Mahasiswa mengerjakan soal tersebut dalam waktu 10 menit. Dari jawaban mahasiswa diperoleh hanya 36% mahasiswa mengerjakan soal dengan benar. Sedangkan 64% lainnya keliru dalam menyelesaikan jawaban pada beberapa bagian. Berikut indikator kemampuan mahasiswa dalam mengerjakan soal dapat dilihat dalam Tabel berikut.

Tabel 1. Distribusi Kemampuan Mahasiswa Dalam Mengerjakan Soal

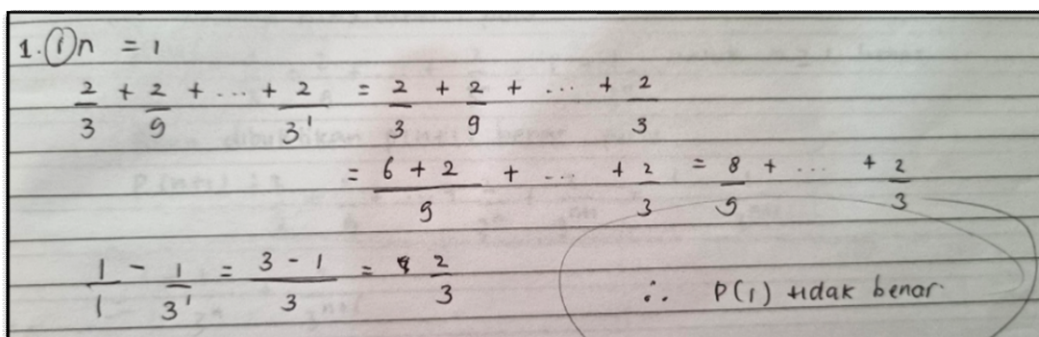
No	Indikator Kemampuan Mengerjakan Soal	Responden (%)
1	Menyelesaikan langkah basis pada induksi matematika	86%
2	Menentukan hipotesis induksi berdasarkan keterangan pada soal	82%
3	Mengaitkan hipotesis induksi pada langkah induktif	77%
4	Melakukan operasi aljabar pada pecahan dan eksponensial	36%
5	Menuliskan kesimpulan	63%

Pada indikator 1, mahasiswa diharapkan mampu menyelesaikan langkah basis induksi dengan benar yaitu menentukan ruas kanan dan ruas kiri untuk $n=1$. 86% mahasiswa menyelesaikan langkah basis induksi dengan benar atau sebanyak 84%. Dan 14% mahasiswa keliru dalam menyelesaikan langkah basis induksi, seperti ditunjukkan pada gambar 1 dan gambar 2.



Gambar 1. Kekeliruan menyelesaikan langkah basis pada induksi matematika

Berdasarkan gambar 1, mahasiswa tidak menguraikan pengerjaan ruas kiri dan kanan, tetapi langsung menyebutkan hasilnya. Selanjutnya mahasiswa tidak menuliskan kesimpulan pada langkah basis induksi.



Gambar 2. Kekeliruan menyelesaikan langkah basis pada induksi matematika

Pada gambar 2 mahasiswa tidak mampu menentukan hasil dari ruas kiri saat disubstitusi oleh $n=1$. Sehingga hasil untuk ruas kiri menjadi keliru, dan kesimpulan langkah basis juga keliru.

Indikator 2 yaitu menentukan hipotesis induksi berdasarkan keterangan pada soal. Tahap ini termasuk pada langkah induktif pada penyelesaian soal induksi matematika. Mahasiswa diharapkan mampu mengasumsikan atau mengandaikan bahwa $P(n)$ benar sebagai hipotesis induksi, supaya bisa melanjutkan penyelesaian soal pada langkah induktif. Pada indikator ini sebanyak 82% mahasiswa mampu menentukan hipotesis induksi dengan benar. Sedangkan 18% mahasiswa keliru dalam menentukan hipotesis induksi. Beberapa mahasiswa tidak menuliskan hipotesis induktif karena keliru dalam menyelesaikan langkah basis yang dinyatakan $P(1)$ tidak benar. Lainnya keliru dalam menuliskan kalimat hipotesis induksi, dapat dilihat pada gambar 3.

\Rightarrow Langkah 2: diimplikasikan $P(k)$ menjadi $P(k+1)$

$$P(k) = \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{3^k} = 1 - \frac{1}{3^k}$$

$$P(k+1) = \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{3^k} + \frac{2}{3^{k+1}} = 1 - \frac{1}{3}$$

Gambar 3. Kekeliruan menentukan hipotesis induksi.

Pada gambar 3, mahasiswa keliru dalam menuliskan kalimat dalam pembuktian. Harusnya menggunakan kata “asumsikan $P(n)$ benar” atau “andaikan $P(n)$ benar”, bukan menggunakan kata “diimplikasikan”.

Selanjutnya indikator 3, mahasiswa diharapkan mampu mengaitkan hipotesis induksi pada langkah induktif. Pada tahap ini mahasiswa melakukan substitusi hipotesis induksi pada penyelesaian persamaan $P(n+1)$. Sebanyak 77% mahasiswa mampu mengaitkan hipotesis induksi pada langkah induktif. Lainnya 23% mahasiswa tidak mampu mengaitkan hipotesis induksi pada langkah induktif. Beberapa mahasiswa keliru menuliskan penguraian ruas kanan atau ruas kiri persamaan $P(n+1)$ seperti ditunjukkan pada gambar 4 dan gambar 5.

Adb $P(n+1)$ benar

yaitu $P(n+1) = \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{3^{n+1}} = 1 - \frac{1}{3^{n+1}}$

$$= \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{3^n} + \frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3^n} + \frac{1}{3}$$

$$= 1 - \frac{1}{3^n} + \frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3^n}$$

Gambar 4. Kekeliruan mengaitkan hipotesis induksi pada langkah induktif

Berdasarkan gambar 4, mahasiswa keliru dalam menguraikan ruas kiri dan ruas kanan pada persamaan $P(n+1)$. Selanjutnya kesalahan juga terdapat pada substitusi hipotesis induksi pada ruas kanan persamaan $P(n+1)$. Hal ini menyebabkan penyelesaian persamaan pun menjadi salah.

Akan dibuktikan $P(n+1)$ benar, yaitu :

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{3^n} + (n+1)(n+2) = 1 - \frac{1}{3^n}$$

Langkah² pembuktiannya sebagai berikut :

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{3^n} + (n+1)(n+2) = 1 - \frac{1}{3^n} + (n+1)(n+2)$$

Gambar 5. Kekeliruan mengaitkan hipotesis induksi pada langkah induktif

Pada gambar 5, mahasiswa keliru dalam menguraikan ruas kiri dan ruas kanan pada persamaan $P(n+1)$. Meskipun pada tahap substitusi hipotesis induksi sudah benar, akan tetapi penyelesaian langkah induktif tetap salah.

Indikator 4 yaitu melakukan operasi aljabar pada pecahan dan eksponensial. Pada tahap ini mahasiswa diharapkan mampu menyelesaikan operasi aljabar pada pecahan yang mengandung unsur eksponensial, sampai mendapatkan hasil $P(n+1)$ yang diinginkan. Sebanyak 36% mahasiswa mampu menyelesaikan dengan benar. Namun 64% lainnya masih keliru dan melakukan kesalahan pada beberapa bagian. Misalnya keliru dalam operasi pecahan, keliru dalam melakukan operasi pada unsur eksponensial, ada yang tidak menguraikan secara lengkap namun loncat langsung ke hasil yang diinginkan, beberapa mahasiswa ada yang sudah benar pengerjaannya tapi tidak dilanjutkan karena terlihat rumit atau mereka menganggap “mentok”. Berikut beberapa gambar kekeliruan jawaban peserta didik pada indikator ini.

Langkah-langkah pembuktiannya :

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{3^n} + \frac{2}{3^{n+1}} = 1 - \frac{1}{3^n} + \frac{2}{3^{n+1}}$$

$$= 1 - \frac{3^{n+1}}{3^n \cdot 3^{n+1}} + \frac{2 \cdot 3^n}{3^n \cdot 3^{n+1}}$$

$$= 1 - \frac{3^{n+1}}{3^{n+1} \cdot 3^n} + \frac{3^n \cdot 2}{3^n \cdot 3^{n+1}}$$

$$= 1 - \frac{3^n \cdot 3}{3^n \cdot 3 \cdot 3^n} + \frac{3^n \cdot 2}{3^n \cdot 3 \cdot 3^n}$$

$$= 1 - \frac{(2+3) \cdot 3^n}{3^n \cdot 3 \cdot 3^n}$$

$$= 1 - \frac{(2+3)}{3^n \cdot 3}$$

$$= 1 - \frac{1}{3^{n+1}}$$

Jadi $P(n+1)$ benar untuk $n \geq 1$

Gambar 6. Kekeliruan operasi pecahan dan eksponensial

Kekeliruan mahasiswa pada gambar 6 ini merupakan yang paling banyak terjadi, meskipun letak kekeliruannya ada di beberapa tempat berbeda namun jenisnya sama, yaitu keliru melakukan operasi pecahan. Pada gambar 6, mahasiswa sudah mampu menguraikan operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan berdasarkan aturan yang berlaku, namun tidak memperhatikan tanda positif negatif dan keliru menempatkan tanda kurung. Sehingga pada langkah terakhir sangat terlihat bahwa $2+3$ menjadi sama dengan 1.

Langkah Langkah

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{3^n} + \frac{2}{3^{(n+1)}} = 1 - \frac{1}{3^n} + \frac{2}{3^{(n+1)}}$$

$$= 1 - \frac{1}{3^n \cdot 3}$$

$$= 1 - \frac{1}{3^{(n+1)}}$$

Jadi (bantu) benar $0 \leq n \leq 1$

Gambar 7. Kekeliruan dalam menguraikan pecahan

Pada gambar 7, mahasiswa tidak menguraikan langkah- langkah secara rinci. Tidak ada penjabaran pecahan pada baris 2 sehingga terkesan “loncat” langkah, langsung disimpulkan sesuai hasil ruas kiri yang diinginkan. Hal ini dimungkinkan karena mahasiswa tidak menegrti cara mengoperasikan pecahan.

Pembuktiananya:

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{3^n} + \frac{2}{3^{n+1}} = 1 - \frac{1}{3^n} + \frac{2}{3^{n+1}}$$

$$= \frac{3^n - 1}{3^n} + \frac{2}{3^{n+1}}$$

$$= \frac{3^n - 1(3^{n+1}) + 2 \cdot 3^n}{3^n \cdot 3^{n+1}}$$

$$= \frac{3^n \cdot 3^{n+1} - 3^{n+1} + 6^n}{3^n \cdot 3^{n+1}}$$

Gambar 8. Kekeliruan melakukan operasi eksponensial

Pada gambar 8, mahasiswa keliru dalam mengoperasikan $2 \cdot 3^n = 6^n$ yang seharusnya tidak bisa dilakukan operasi perkalian.

Indikator terakhir yakni menuliskan kesimpulan. Pada tahap ini mahasiswa diharapkan mampu menuliskan kesimpulan pada induksi matematika dengan benar. Menuliskan kesimpulan pada pembuktian di ranah ilmu matematika merupakan hal yang sangat penting dalam pembuktian suatu pernyataan. Sebanyak 63% mahasiswa mampu menuliskan kesimpulan pembuktian dengan benar dan lengkap. Namun 37% lainnya mengalami kekeliruan pada beberapa hal : keliru dalam menuliskan langkah basis yakni P (1) benar, keliru dalam menuliskan kesimpulan langkah induktif yaitu P (n+1) juga benar, serta keliru dalam menuliskan kesimpulan secara keseluruhan, yakni berdasarkan P (1) dan P (n+1) maka P (n) terbukti. salah satu kekeliruan tersebut dapat dilihat pada gambar 9.

$$\begin{aligned} &= 1 - \frac{1}{3^n} + \frac{2}{3^n} \cdot \frac{1}{3^1} \\ &= 1 - \frac{3}{3^n} \cdot \frac{1}{3^1} \\ &= 1 - \frac{3}{3^{n+1}} \\ &= 1 - \frac{1}{3^n} \\ &\therefore P(1) \text{ dan } P(n) \text{ benar} \end{aligned}$$

Gambar 9. Kekeliruan menuliskan kesimpulan

Pada gambar 9 mahasiswa mengalami kekeliruan pada saat menulis kesimpulan akhir. Mahasiswa tersebut juga tidak menuliskan kesimpulan pada langkah induktif, yakni berdasarkan langkah basis dan langkah induktif, maka $P(n)$ benar untuk setiap n bilangan bulat positif.

Berikut ini uraian hasil identifikasi hambatan belajar terkait kemampuan pemahaman matematis pada pokok bahasan materi rumus-rumus trigonometri:

- a. Hambatan Belajar Mahasiswa dalam menerapkan langkah-langkah pembuktian induksi matematika pada soal yang diberikan (Pemahaman Instrumental)

Hambatan belajar mahasiswa dalam menerapkan langkah-langkah pembuktian induksi matematika pada soal yang diberikan ini berdasarkan hasil analisis jawaban mahasiswa sesuai dengan indikator pada tabel 1. Kekeliruan mahasiswa sesuai indikator 1, 2, dan 5 termasuk pada hambatan belajar pada pemahaman instrumental, yakni penerapan langkah sederhana. Pada indikator tersebut, mahasiswa diharapkan mampu menyesuaikan rumusan langkah basis dan melakukan prosedur perhitungan sederhana, serta menuliskan kesimpulan.

Hambatan belajar pada indikator 1 mahasiswa tidak mampu menguraikan ruas kiri dan kanan dengan benar sehingga keliru dalam menyelesaikan langkah basis dan menyimpulkan bahwa $P(1)$ tidak benar. Padahal langkah basis ini sangat penting karena kalau pada langkah basis keliru, maka akan keliru sampai akhir dan penyelesaian tidak dapat dilanjutkan.

Selanjutnya pada indikator 2, mahasiswa diharapkan mampu menentukan hipotesis induksi yang akan menjadi dasar untuk menyelesaikan langkah induktif. Pada indikator ini mahasiswa keliru dalam menuliskan kalimat yang digunakan, tidak sesuai dengan kaidah pembuktian yang berlaku. Pada indikator 5, kekeliruan yang paling sering dilakukan mahasiswa adalah tidak menuliskan kesimpulan, baik itu pada langkah basis, langkah induktif maupun kesimpulan akhir. Faktor utama yang mungkin menjadi penyebab adalah karena lupa atau terburu-buru dalam menyelesaikan jawaban. Padahal kesimpulan merupakan hal yang sangat penting pada pembuktian matematika.

- b. Hambatan Belajar mahasiswa dalam mengaitkan langkah pembuktian induksi matematika dengan kosnep lainnya (Pemahaman Relasional)

Indikator 3 dan 4 yang termasuk hambatan belajar dalam pemahaman relasional. Pada indikator tersebut, mahasiswa diharapkan mampu mengerjakan proses manipulasi aljabar pada persamaan yang ditentukan, sehingga diperoleh hasil yang diinginkan. Pada indikator ini beberapa mahasiswa mengalami kekeliruan dalam menyelesaikan operasi hitung pecahan dan eksponensial. Hal ini disebabkan mahasiswa kurang teliti dalam pengerjaan, ataupun lupa dan tidak paham bagaimana melakukan operasi pada pecahan dan eksponensial.

Pada indikator 3, mahasiswa diharapkan mapu menggunakan hipotesis induksi yang telah ditentukan, untuk menyelesaikan persamaan $P(n+1)$. Beberapa mahasiswa keliru dalam menguraikan persamaan $P(n+1)$ sehingga keliru pula dalam substitusi persamaan hipotesis induksi yang telah ditentukan. Sedangkan pada indikator 4, melanjutkan dari tahap indikator 3 yakni menyelesaikan persamaan $P(n+1)$ menggunakan konsep hitung operasi pecahan dan eksponensial. Kebanyakan mahasiswa keliru dalam penjumlahan dan pengurangan pecahan, serta keliru dalam penempatan tanda kurung pada langkah ini, beberapa mahasiswa tidak mampu melakukan manipulasi aljabar sampai pada hasil yang diinginkan. Karena itu beberapa mahasiswa tidak menyelesaikan karena “mentok” dan bingung mau diubah menjadi bagaimana lagi.

Berdasarkan uraian mengenai kekeliruan mahasiswa di atas, dapat disimpulkan beberapa *learning obstacle*. Adapun *learning obstacle* yang diperoleh dapat dilihat dalam tabel 2.

Tabel 2. *Learning Obstacle* Berdasarkan Kemampuan Pemahaman Matematis

No.	Pemahaman Matematis	Indikator	<i>Learning obstacle</i>
1.	Menerapkan langkah-langkah pembuktian induksi matematika pada soal yang diberikan (Pemahaman Instrumental)	Menyelesaikan langkah basis pada induksi matematika	Mahasiswa belum mampu menguraikan ruas kanan dan ruas kiri pada langkah basis induksi
2.	Menerapkan langkah-langkah pembuktian induksi matematika pada soal yang diberikan (Pemahaman Instrumental)	Menentukan hipotesis induksi berdasarkan keterangan pada soal	Mahasiswa belum mampu menuliskan hipotesis induksi sesuai kaidah yang berlaku
3.	Mengaitkan langkah pembuktian induksi matematika dengan kosnep lainnya (Pemahaman Relasional)	Mengaitkan hipotesis induksi pada langkah induktif	Mahasiswa belum mampu menguraikan ruas kanan dan ruas kiri persamaan $P(n+1)$ pada langkah induktif Mahasiswa belum mampu melakukan substitusi hipotesis induksi pada persamaan $P(n+1)$
4.	Mengaitkan langkah pembuktian induksi matematika dengan kosnep lainnya (Pemahaman Relasional)	Melakukan operasi aljabar pada pecahan dan eksponensial	Mahasiswa belum mampu melakukan operasi hitung aljabar pada pecahan Mahasiswa belum mampu melakukan operasi hitung aljabar pada eksponensial Mahasiswa tidak menguraikan langkah pengerjaan dengan lengkap

5.	Menerapkan langkah-langkah pembuktian induksi matematika pada soal yang diberikan (Pemahaman Instrumental)	Menuliskan kesimpulan	Mahasiswa tidak menuliskan kesimpulan pada langkah basis Mahasiswa tidak menuliskan kesimpulan pada langkah induktif Mahasiswa tidak menuliskan kesimpulan akhir induksi matematika
----	--	-----------------------	---

Berdasarkan tabel 2 tersebut, peneliti mengklasifikasi *learning obstacle* yang ditemukan sesuai indikator soal dan kemampuan pemahaman matematis ke dalam beberapa tipe. Berikut tipe-tipe *learning obstacle* yang peneliti klasifikasikan:

- Tipe 1 yaitu *learning obstacle* terkait konsep hitung aljabar pada pecahan dan eksponensial
- Tipe 2 yaitu *learning obstacle* dalam menerapkan langkah-langkah pada induksi matematika.
- Tipe 3 yaitu *learning obstacle* dalam melakukan manipulasi aljabar untuk mendapatkan hasil yang diinginkan.

3. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis jawaban mahasiswa dalam menyelesaikan soal induksi matematika sederhana sesuai dengan indikator dan pemahaman matematis mahasiswa. Yaitu: hambatan belajar dalam menerapkan langkah-langkah pembuktian induksi matematika pada soal yang diberikan (Pemahaman Instrumental) dengan indikator Menyelesaikan langkah basis pada induksi matematika; Menentukan hipotesis induksi berdasarkan keterangan pada soal; serta Menuliskan kesimpulan. Selanjutnya hambatan belajar diklasifikasikan menjadi : Tipe 1 yaitu *learning obstacle* terkait konsep hitung aljabar pada pecahan dan eksponensial; Tipe 2 yaitu *learning obstacle* dalam menerapkan langkah-langkah pada induksi matematika, dan Tipe 3 yaitu *learning obstacle* dalam melakukan manipulasi aljabar untuk mendapatkan hasil yang diinginkan.

Temuan –temuan pada penelitian ini diharapkan dapat menjadi acuan membuat desain bahan jara yang sesuai untuk mengantisipasi hambatan belajar mahasiswa dalam mempelajari materi induksi matematika. Penelitian ini terbatas pada satu soal pembuktian induksi matematika sederhana, diharapkan penelitian selanjutnya dapat mencakup ruang lingkup yang lebih luas terkait prinsip induksi yang dirampatkan dan induksi kuat, sehingga temuan hambatan belajar pada materi induksi matematika menjadi lebih lengkap.

4. REFERENSI

- Anthika Putri, R. (2015). Problematika dalam Pembuktian Pernyataan Menggunakan Prinsip Induksi Matematika serta Alternatif Penyelesaiannya. *Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 913–920. <http://seminar.uny.ac.id/semnasmatematika/sites/seminar.uny.ac.id/semnasmatematika/files/banner/PM-130.pdf>
- Ardiawan, Y. (2015). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Induksi Matematika di IKIP PGRI Pontianak. *Jurnal Pendidikan Informatika Dan Sains*, 4(1), 147–163. <https://journal.ikipgripta.ac.id/index.php>

- Astuti, R., & Haryadi, R. (2023). Analisis Kesulitan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Pemahaman Matematis Pada Mata Kuliah Teori Peluang. *AXIOM: Jurnal Pendidikan Dan Matematika*, 11(2), 218. <https://doi.org/10.30821/axiom.v11i2.11452>
- Bani, Y., & Ate, D. (2020). Analisis Kesalahan Siswa SMAN 1 Kota Tambolaka Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Pada Pokok Bahasan Induksi Matematika Dengan Panduan Criteria Polya. *Jurnal Penelitian Pendidikan Matematika Sumba*, 2(1), 196–205.
- Nur'ela, Suryadi, D., & Nurlaelah, E. (2012). *Desain Didaktis Konsep Garis Singgung Lingkaran Pada Pembelajaran Matematika Sekolah Menengah Pertama(Smp)*. 1, 1–13.
- Nuraeni, N., Mulyati, E. S., & Maya, R. (2018). ANALISIS KEMAMPUAN PEMAHAMAN MATEMATIS DAN TINGKAT KEPERCAYAAN DIRI PADA SISWA MTs. *JPMI (Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif)*, 1(5), 975. <https://doi.org/10.22460/jpmi.v1i5.p975-983>
- Priyo Darminto, B. (2015). Efektivitas Pembelajaran Model Allan G. Bluman Dalam Peningkatan Pemahaman Konsep Matematika Mahasiswa. *Jurnal Cakrawala Pendidikan*, 2, 326–340. <https://doi.org/10.21831/cp.v0i2.4240>
- Roeroe, M. B. (2011). Didactical Design Research (DDR) dalam Pengembangan Pembelajaran Kependidikan. *Ed Vokasi, Jurnal Pendidikan Teknologi Dan Kejuruan*, 2(2), 139–144.
- Subroto, T., & Sholihah, W. (2018). Analisis Hambatan Belajar Pada Materi Trigonometri Dalam Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa. *IndoMath: Indonesia Mathematics Education*, 1(2), 109. <https://doi.org/10.30738/indomath.v1i2.2624>
- Vosniadou, S. (2013). The cognitive-situative divide and the problem of conceptual change. *Educational Psychologist*, 48(1)(September), 1–16.