

Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa Pada Materi Matematika Optimasi

Ika Murti Kristiyani

Fakultas Teknik Industri, Universitas Atma Jaya Yogyakarta

email: ika.murti@uajy.ac.id

Abstrak

Dalam pembelajaran matematika, pemecahan masalah adalah elemen inti yang mencakup tahapan untuk menganalisis masalah, merencanakan penyelesaian, menerapkan strategi dan mengecek kembali hasil penyelesaian. Di Program Studi Teknik Industri, kemampuan pemecahan masalah dalam matematika optimasi memegang peranan penting. Kemampuan ini dapat digunakan sebagai dasar untuk meminimalkan biaya, merancang produksi, dan lain-lain. Tujuan penelitian ini untuk menentukan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa dalam menyelesaikan masalah terkait matematika optimasi fungsi multivariabel tanpa batasan secara analitik. Penelitian ini adalah penelitian kualitatif deskriptif dan dilakukan dengan mengambil enam mahasiswa sebagai subjek penelitian. Instrumen yang dipakai meliputi soal tes dan pedoman wawancara. Hasil penelitian menunjukkan bahwa subjek dengan kemampuan pemecahan masalah rendah cenderung hanya melakukan dua tahapan pemecahan masalah yaitu memahami masalah dan merencanakan penyelesaian. Namun, tidak melakukan rencana dengan lancar dan tidak memeriksa kembali. Subjek yang termasuk kategori sedang melakukan tiga tahapan pemecahan masalah, yaitu tidak kesulitan memahami masalah, memilih strategi penyelesaian dan melaksanakan rencana penyelesaian. Subjek dalam kategori sedang sering kurang teliti dalam perhitungan dan melewatkan tahapan memeriksa kembali jawabannya. Subjek dengan kemampuan pemecahan masalah kategori tinggi sudah melakukan empat tahap pemecahan masalah dengan baik, yaitu menunjukkan kemampuan untuk memahami masalah, bisa membuat rencana penyelesaian, mengerjakan rencana serta memeriksa kembali langkah pengerjaan sampai hasil akhir.

Kata Kunci: Pemecahan Masalah, Matematika Optimasi, Fungsi Multivariabel, Secara Analitik

Abstract

In mathematics education, problem-solving is a core element that involves stages for analyzing the problem, planning a solution, applying strategies, and reviewing the results. In the Industrial Engineering Study Program, the ability to problem-solve in optimization mathematics plays a crucial role. This ability can be used as a foundation for minimizing costs, designing production processes, and more. The aim of this research is to determine students' problem-solving abilities in solving problems related to multivariable optimization mathematics analytically without constraints. This study is a Descriptive Qualitative Research and was conducted with six students as research subjects. The instruments used include test questions and interview guidelines. The results show that subjects with low problem-solving abilities tend to only perform two problem-solving stages: understanding the problem and planning the solution. However, they do not execute the plan smoothly and fail to review it. Subjects in the moderate category perform three problem-solving stages, including understanding the problem, choosing a solution strategy, and implementing the plan. Subjects in this category often lack precision in calculations and miss the step of reviewing their answers. Subjects with high problem-solving abilities effectively perform all four problem-solving stages: understanding the problem, creating a solution plan, executing the plan, and reviewing the steps until the final result.

Keyword: Problem-Solving, Optimization Mathematics, Multivariable Function, Analytically

1. PENDAHULUAN

Matematika adalah cabang ilmu yang mempunyai sifat global atau universal (Kristiyani & Ernarningsih, 2024). Matematika mempunyai peran krusial dalam berbagai aspek kehidupan sehari-hari manusia, pengetahuan dan perkembangan teknologi. Menurut Hidayatullah, Zulkardi, & Susanti (2022), matematika adalah pelajaran yang perlu dipelajari oleh peserta didik karena matematika membantu sekali dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari. Matematika tidak hanya terbatas menghitung angka, melainkan meliputi konsep-konsep abstrak yang dapat menjadi dasar mengenali pola, logika, dan hubungan dalam berbagai sistem. Di samping itu matematika juga mempunyai peran yang penting dalam perkembangan kognitif dan dunia pendidikan. Kemampuan matematis yang meliputi logika dan analisis dapat sebagai dasar untuk mengembangkan keterampilan berpikir logis dan kritis. Sejalan dengan pendapat Fauzan & Anshari (2024) yang mengungkapkan bahwa pembelajaran matematika memiliki tujuan utama untuk mengembangkan pola berpikir yang logis, kritis, rasional, kreatif, sistematis dan praktis. Hal ini sangat penting dalam pemecahan masalah dan inovasi sehingga sangat membantu dalam menghadapi tantangan akademis maupun praktis.

Pemecahan masalah merupakan salah satu aspek penting di dalam pembelajaran matematika sebab kemampuan pemecahan masalah bisa menghasilkan generasi yang mempunyai keterampilan dan mempunyai kemampuan berpikir kritis (Rizqiani, Sridana, Junaidi, & Kurniati, 2023). Proses pemecahan masalah melibatkan penerapan prinsip-prinsip untuk menemukan solusi terhadap masalah atau tantangan yang kompleks. Pemecahan masalah matematika harus dikembangkan agar dapat melatih memahami suatu masalah dengan benar, menganalisis dengan tepat, menentukan strategi penyelesaian atau rumus yang sesuai, dan mengerjakan perhitungan dengan teliti, serta mengevaluasi hasil jawaban yang telah diperoleh (Siswanto & Meiliasari, 2024). Menurut pendapat Polya dalam Siregar (2022) terdapat empat tahap dalam pemecahan masalah. Keempat tahap itu adalah (1) memahami masalah, melihat apa yang dibutuhkan; (2) mencari ide penyelesaian untuk membuat rencana; (3) melaksanakan rencana; (4) melihat atau memeriksa kembali solusi yang didapatkan. Siswa yang mempunyai keahlian untuk memecahkan suatu masalah matematika dengan tepat, diharapkan mampu untuk menyelesaikan masalah riil sesudah menyelesaikan pendidikan formal (Amam, 2017).

Matematika merupakan dasar yang sangat penting dalam pendidikan tinggi, salah satunya di Program Studi Teknik Industri. Pada tingkat perguruan tinggi, matematika bukan sekedar mata kuliah tambahan, karena mendasari banyak aspek. Mahasiswa perlu menguasai kemampuan matematis agar tidak mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan matematis dalam kehidupannya (Novitasari & Aisy, 2024). Dalam matematika, beberapa materi dapat memiliki tingkat pemahaman yang lebih tinggi (Ernarningsih & Kristiyani, 2023). Berbagai materi matematika yang lebih tinggi tingkatannya akan dapat dihadapi oleh mahasiswa apabila mereka mempunyai pemahaman matematis yang baik (Sholihah, 2024). Oleh karena itu, mahasiswa yang menguasai konsep-konsep matematika seperti aljabar linier, kalkulus, dan statistik akan memiliki keterampilan dalam menerapkan teknik analitis, misalnya merancang solusi yang efektif dan efisien. Dalam dunia industri yang semakin berkembang dan kompleks, keterampilan matematika menjadi semakin krusial untuk bersaing dan berinovasi. Oleh karena itu, matematika dalam kurikulum Program Studi Industri di perguruan tinggi tidak hanya memperkuat kompetensi akademis mahasiswa tetapi juga mempersiapkan mereka untuk menghadapi tantangan nyata di dunia kerja.

Matematika optimasi merupakan cabang dari matematika terapan yang berfokus pada pencarian solusi terbaik untuk masalah yang melibatkan kendala dan tujuan. Optimasi dapat

merujuk pada proses mencari nilai maksimum atau minimum, baik lokal atau global dari fungsi tujuan tertentu yang bergantung pada kendala, jika ada. Masalah optimasi yang melibatkan identifikasi nilai maksimum dan minimum terjadi secara rutin dalam konteks desain teknik (Chapra & Canale, 2015). Fungsi yang dapat diselesaikan dalam optimasi berupa fungsi satu variabel atau multivariabel, sedangkan penyelesaian dalam optimasi bisa dilakukan dengan menggunakan metode analitik maupun numerik (Salmi & Subhan, 2024). Secara formal, matematika optimasi melibatkan proses formulasi dan penyelesaian masalah optimasi, antara lain dengan menentukan fungsi tujuan atau fungsi objektif dan menentukan kendala. Jika tidak ada kendala atau batasan, masalah tersebut disebut minimisasi tanpa kendala (Snyman, 2005).

Dalam program Studi Teknik Industri, kemampuan pemecahan masalah pada materi matematika optimasi mempunyai peranan yang sangat penting. Kemampuan tersebut dapat digunakan sebagai dasar untuk menghitung optimasi proses, meminimumkan biaya, perencanaan produksi, penjadwalan, pengambilan keputusan, manajemen resiko, dan lain-lain. Seperti halnya dengan penelitian yang telah dilaksanakan oleh Amalia & Sari (2018) menunjukkan jika metode optimasi mempunyai pengaruh dalam meminimumkan *cost* perencanaan produksi. Mengingat pentingnya hal tersebut, maka perlu dilakukan sebuah penelitian tentang kemampuan pemecahan masalah yang berkaitan dengan materi kuliah matematika optimasi. Sehingga penelitian ini memiliki tujuan untuk mengetahui kemampuan pemecahan masalah matematika mahasiswa dalam menyelesaikan suatu masalah yang berkaitan dengan materi optimasi fungsi multivariabel tanpa kendala secara analitik.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian yang dilakukan ini merupakan sebuah penelitian yang bersifat kualitatif deskriptif, yaitu mendeskripsikan kemampuan mahasiswa dalam memecahkan suatu masalah yang berhubungan dengan materi Matematika Optimasi. Penelitian dilaksanakan di Universitas Atma Jaya Yogyakarta (UAJY) Program Studi Teknik Industri dengan mengambil enam mahasiswa sebagai subjek penelitian. Keenam mahasiswa tersebut merupakan mahasiswa semester empat yang sedang menempuh mata kuliah Matematika Optimasi. Instrumen yang dipakai dalam penelitian ini antara lain soal tes matematika optimasi dan pedoman wawancara. Soal atau masalah yang diberikan kepada mahasiswa meliputi materi optimasi, khususnya optimasi fungsi multivariabel tanpa kendala. Soal tes optimasi fungsi multivariabel tanpa kendala dapat dilihat pada Gambar 1. Teknik yang dipakai dalam mengumpulkan data-data adalah dengan pemberian soal matematika optimasi kepada mahasiswa kemudian dilanjutkan dengan wawancara, sehingga data yang dikumpulkan berupa hasil jawaban mahasiswa berupa penyelesaian soal optimasi dan hasil wawancara. Setelah data terkumpul, maka dilakukan analisis kualitatif deskriptif.

Jika $f(x, y, z) = -2x^2 - 3y^2 - 3z^2 - 3xy - 5x - 2z$, tentukan nilai optimum dari fungsi tersebut dan nyatakan nilai optimum yang diperoleh merupakan nilai maksimum lokal atau nilai minimum lokal.

Gambar 1. Soal Tes Optimasi Fungsi Multivariabel Tanpa Kendala

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Setelah selesai dilakukan tes dan wawancara kepada subjek penelitian, diperoleh bahwa kemampuan mahasiswa dalam pemecahan masalah yang berkaitan dengan materi matematika

optimasi sangat beragam. Kemampuan pemecahan mahasiswa pertama dan kedua dalam penelitian ini termasuk dalam kategori rendah. Penyelesaian masalah oleh mahasiswa pertama dapat dilihat pada Gambar 2. Mahasiswa yang pertama ini dapat menuliskan tahapan yang harus diselesaikan dalam masalah optimasi, yaitu mencari kondisi perlu dan kondisi cukup, namun tidak mampu menerapkan rumus yang sesuai, dan salah dalam melakukan perhitungan Berdasarkan wawancara, mahasiswa pertama mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah optimasi bagian turunan karena tidak mengingat rumus dan langkah menurunkan fungsi multivariabel. Dia belum memahami konsep turunan fungsi multivariabel dengan baik. Selain itu, mahasiswa pertama tidak melakukan pemeriksaan pada jawaban yang telah dia tuliskan. Jika dikaitkan dengan tahapan pemecahan masalah, mahasiswa pertama telah melakukan dua tahap pemecahan masalah, yaitu memahami masalah dan mencari ide untuk merancang rencana penyelesaian. Mahasiswa tersebut belum mampu untuk melaksanakan rencana dan mengkonfirmasi kebenaran langkah-langkah pelaksanaannya.

Jawab:
kondisi perlu: $x^9 - 3y^2 - 5z^2 - 3xy$
 $x = -7 \quad y = -3 \quad z = -5$
kondisi cukup: $-2(-2)^2 - 3(-3)^2 - 3(-5)^2 - 3(-3)$
 $= -2 + 19 - 3 + 9 - 3 + 25 - 3 + 9 - 3$
 $= 47 + 6 + 22 - 6$
 $= 70$

Gambar 2. Penyelesaian Masalah oleh Mahasiswa Pertama

Penyelesaian masalah yang dikerjakan oleh mahasiswa kedua atau subjek penelitian kedua dapat dilihat pada Gambar 3. Mahasiswa kedua tidak dapat memecahkan masalah optimasi. Berdasarkan wawancara, meskipun mahasiswa kedua ini mampu menuliskan ide penyelesaian tetapi ternyata dia masih ragu dalam memahami soal dan lupa harus menggunakan rumus yang mana. Selain itu, mahasiswa kedua juga tidak melakukan pemeriksaan kembali pada solusi yang telah dia tuliskan. Berdasarkan tahapan pemecahan masalah, mahasiswa kedua ini baru melakukan dua tahap pemecahan masalah. Meskipun ragu, mahasiswa sudah bisa memahami masalah dengan melihat apa yang dibutuhkan dari masalah yang disajikan. Hal tersebut mengacu pada tahap pertama. Tahap kedua yang telah dilakukan oleh mahasiswa kedua adalah memperoleh ide pemecahan dengan membuat rencana penyelesaian berupa pencarian kondisi perlu dan kondisi cukup. Jika diperhatikan lebih lanjut dari hasil penyelesaian masalah oleh mahasiswa kedua ini berkaitan dengan pemahaman konsep turunan fungsi multivariabel yang belum dikuasai dengan baik.

Kondisi perlu $\nabla f(x) = 0$

$$\begin{cases} \frac{df}{dx} = 2x - 5 = 0 \\ \frac{df}{dy} = -3y - 3 = 0 \\ \frac{df}{dz} = 3z - 2z^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 5 = 0 \\ 3y - 3 = 0 \\ 3z - 2z^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 5 = 0 \\ 3y - 3 = 0 \\ 3z - 2z^2 = 0 \end{cases}$$

Kondisi cukup

$$H = \begin{bmatrix} \frac{d^2f}{dx^2} & \frac{d^2f}{dx dy} & \frac{d^2f}{dx dz} \\ \frac{d^2f}{dy dx} & \frac{d^2f}{dy^2} & \frac{d^2f}{dy dz} \\ \frac{d^2f}{dz dx} & \frac{d^2f}{dz dy} & \frac{d^2f}{dz^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 - 4z \end{bmatrix}$$

Nilai maksimum lokal = $-2\left(\frac{1}{5}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{5}\right) - 3\left(\frac{1}{5}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{5}\right) - 5\left(\frac{1}{5}\right) - 2\left(\frac{1}{5}\right) = 1.16$
 = $2(2)^2 + 3(2)^2 - 3(2)^2 - 3(2) - 5(2) - 2(2) = 2$

Gambar 3. Penyelesaian Masalah oleh Mahasiswa Kedua

Kemampuan pemecahan mahasiswa ketiga dan keempat dalam penelitian ini termasuk dalam kategori sedang. Penyelesaian soal oleh subjek penelitian ketiga dapat dilihat pada Gambar 4. Berdasarkan wawancara, mahasiswa ketiga tidak mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal, karena dia ingat rumus yang harus digunakan. Dia juga tidak mengalami kesulitan dalam tahapan yang harus dilakukan, namun tidak teliti saat mengerjakan. Saat dilakukan wawancara lebih lanjut, diperoleh informasi bahwa mahasiswa ketiga tidak melakukan pengecekan pada jawaban yang telah dituliskan. Oleh karena itu, apabila titik stasioner yang diperoleh salah, maka nilai maksimum lokal juga salah. Jika dikaitkan dengan tahapan pemecahan masalah, mahasiswa ketiga ini telah melakukan tiga tahapan pemecahan masalah. Tahapan tersebut adalah memahami permasalahan yang diberikan, merancang ide atau gagasan penyelesaian dan melaksanakan rencana penyelesaian yang telah dirancang. Namun, dalam melaksanakan rencana penyelesaian, mahasiswa ketiga ini tidak teliti. Hal yang membuat jawaban salah adalah siswa tidak meninjau kembali pemecahan yang telah didapat. Dengan kata lain, tahap keempat pada pemecahan masalah tidak dilakukan.

*Kondisi perlu

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = -4x - 3y - 5 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = -6y - 3x \\ \frac{\partial f}{\partial z} = -6z - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x - 3y - 5 = 0 \\ -6y - 3x = 0 \\ -6z - 2 = 0 \end{cases}$$

eliminasi persamaan (1) x (2)

$$\begin{cases} -4x - 3y - 5 = 0 \\ -6y - 3x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x - 3y = 5 \times 3 \\ -6y - 3x = 0 \times 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -12x - 9y = 15 \\ -12x - 24y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} -12x - 9y = 15 \\ -12x - 24y = 0 \\ \hline 15y = 15 \\ y = 1 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} -4x - 3(1) - 5 = 0 \\ -12x - 9(1) = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x - 8 = 0 \\ -12x - 9 = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x = 8 \\ -12x = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$-6z - 2 = 0 \Rightarrow -6z = 2 \Rightarrow z = -\frac{1}{3}$

titik stasioner $(-2, 1, -\frac{1}{3})$

$H = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 0 \\ -3 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix}$

$$H_1 = -4 < 0$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} -4 & -3 \\ -3 & -6 \end{vmatrix} = 24 - 9 = 15 > 0$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} -4 & -3 & 0 \\ -3 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{vmatrix} = (-144 + 0 + 0) - (-54 + 0 + 0) = -144 + 54 = -90 < 0$$

$- + - \rightarrow$ def. negatif (titik maksimum lokal)

Nilai maksimum lokal = $f(-2, 1, -\frac{1}{3}) = -2(-2)^2 - 3(1)^2 - 3(-\frac{1}{3})^2 - 3(-2)(1) - 5(-2) - 2(-\frac{1}{3}) = 4$

Jadi nilai maksimum lokal adalah 4 di titik $(-2, 1, -\frac{1}{3})$.

Gambar 4. Penyelesaian Masalah oleh Mahasiswa Ketiga

Penyelesaian soal yang dikerjakan oleh mahasiswa keempat dapat dilihat pada Gambar 5. Kesalahan yang dilakukan mahasiswa keempat ini hanya terletak pada saat substitusi titik stasioner, sehingga nilai maksimum lokal yang diperoleh belum tepat. Berdasarkan wawancara, diperoleh informasi bahwa mahasiswa keempat tidak mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal karena dia ingat tahapan dan rumus yang harus digunakan. Meski dia merasa langkah yang cukup sulit terdapat pada tahapan mencari kondisi cukup, namun hal tersebut dapat diatasi dengan baik, sehingga jawaban pada tahap tersebut betul. Hal yang membuat jawaban salah adalah tidak teliti dalam substitusi titik stasioner. Oleh karena itu, nilai maksimum lokal yang diperoleh belum tepat. Sama dengan mahasiswa ketiga, mahasiswa keempat ini telah melakukan tiga tahapan pemecahan masalah, yaitu memahami masalah, merancang rencana penyelesaian dan melakukan rencana tersebut. Tahap keempat pada pemecahan masalah, yaitu memeriksa kembali jawaban tidak dilakukan. Walaupun tahapan pemecahan masalah yang telah dilakukan oleh mahasiswa ketiga dan keempat sama tetapi elemen penyelesaian soal yang salah berbeda.

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{cases} = 0 \rightarrow \begin{cases} -4x - 3y - 5 \\ -6y - 3x \\ -6z - 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|l} -4x - 3y = 5 & x2 \\ -3x - 6y = 0 & x1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} -8x - 6y = 10 \\ -3x - 6y = 0 \end{array}$$

$$-5x = 10 \quad \checkmark$$

$$\boxed{x = -2} \quad \checkmark$$

$$-6y - 3(-2) = 0 \quad -6z - 2 = 0$$

$$-6y = -6 \quad \checkmark \quad \boxed{z = -\frac{1}{3}} \quad \checkmark$$

$$\boxed{y = 1} \quad \checkmark$$

titik stasioner = $(-2, 1, -\frac{1}{3})$

Kondisi cukup:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 0 \\ -3 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix} \quad \checkmark$$

$$\begin{vmatrix} -4 & -3 & 0 & -4 & -3 \\ -3 & -6 & 0 & -3 & -6 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$H_1 = -4 \ominus \checkmark$
 $H_2 = 15 \oplus \checkmark$
 $H_3 = -(99 - (-9)) \ominus \checkmark$

definit negatif = maks lokal

$$f(-2, 1, -\frac{1}{3}) = -2(-2)^2 - 3(1)^2 - 3(-\frac{1}{3})^2 - 3(-2)(-1) - 5(-2) - 2(-\frac{1}{3})$$

$$= -20\frac{2}{3} \approx -6,667$$

maka nilai maks lokal = $-6,667$ di titik $(-2, 1, -\frac{1}{3})$

Gambar 5. Penyelesaian Masalah oleh Mahasiswa Keempat

Kemampuan pemecahan mahasiswa kelima dan keenam dalam penelitian ini termasuk dalam kategori tinggi. Penyelesaian masalah yang dilakukan oleh mahasiswa kelima dapat

diamati pada Gambar 6, sedangkan penyelesaian soal yang dikerjakan oleh mahasiswa keenam dapat dilihat pada Gambar 7. Berdasarkan wawancara, mahasiswa kelima dan keenam dalam penelitian ini tidak mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah matematika optimasi multivariabel tanpa kendala, karena mereka ingat rumus dan langkah penyelesaiannya. Kedua mahasiswa tersebut juga memeriksa kembali semua hasil yang telah dituliskan, mulai dari langkah pengerjaan sampai perhitungan hasil akhir. Hal yang membedakan antara jawaban mahasiswa kelima dan keenam adalah analisis matriks Hessian. Mahasiswa kelima tidak memberikan alasan yang lengkap kenapa definit negatif, sedangkan mahasiswa keenam menuliskan alasan yang lengkap kenapa diperoleh definit negatif dan nilai optimum yang diperoleh merupakan nilai maksimum lokal. Jika dikaitkan dengan tahapan pemecahan masalah, maka mahasiswa kelima dan enam ini telah melakukan semua tahapan dengan baik, mulai dari memahami masalah sampai memeriksa kembali hasil penyelesaian yang telah dituliskan.

* Kondisi perlu

$$\nabla f(x^*) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -4x - 3y - 5 = 0 \\ -6y - 3x = 0 \\ -6z - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow -6z = 2 \quad \rightarrow -6y - 3x = 0 \dots (2) \quad \rightarrow -4x - 3y - 5 = 0 \dots (1)$$

$$z = -1/3$$

→ Eliminasi (1) dan (2)

$$\begin{array}{r|l} -4x - 3y = 5 & \times 2 \\ -6y - 3x = 0 & \times 1 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} -8x - 6y = 10 \\ -6y - 3x = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5x = 10 \\ x = -2 \end{array}$$

→ Substitusi $x = -2$ ke (2)

$$\begin{aligned} -6y - 3(-2) &= 0 \\ -6y + 6 &= 0 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

Titik stasioner: $(-2, 1, -1/3)$

* Kondisi cukup

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 & -3 & 0 \\ -3 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

$$h_{11} = -4 < 0$$

$$\begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & -3 \\ -3 & -6 \end{vmatrix} = ad - bc = 24 - 9 = 15 > 0$$

$$\begin{vmatrix} -4 & -3 & 0 \\ -3 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{vmatrix} = -144 + 0 + 0 - (0 + 0 + (-54)) = -144 + 54 = -90 < 0$$

definit negatif = maksimum lokal

$$\text{nilai maksimum lokal} = f(-2, 1, -1/3) = -2(-2)^3 - 3(1)^3 - 3(-1/3)^2 - 4(-2)(1) - 5(-2) - 2(-1/3)$$

$$= 16/3 = 5,33$$

∴ Nilai maksimum lokalnya 5,33 di $(-2, 1, -1/3)$

Gambar 6. Penyelesaian Masalah oleh Mahasiswa Kelima

* Kondisi perlu		Eliminasi: ① dan ②	
$\nabla f(x, y, z) = 0$		$-4x - 3y = 5$	$-8x - 6y = 10$
$\frac{\partial f}{\partial x}$	$-4x - 3y - 5 = 0$	$-3x - 6y = 0$	$-3x - 6y = 0$
$\frac{\partial f}{\partial y}$	$-6y - 3x = 0$		$-5x = 10$
$\frac{\partial f}{\partial z}$	$-6z - 2 = 0$		$x = -2 \rightarrow y = 1$
Sehingga:		Sehingga titik stasioner: $(-2, 1, -\frac{1}{3})$	
* Kondisi cukup		H =	
$-4x - 3y = 5 \dots ①$ $-6y - 3x = 0 \dots ②$ $-6z - 2 = 0 \rightarrow -6z = 2$ $z = -\frac{1}{3}$		$H = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{vmatrix}$ $H = \begin{vmatrix} -4 & -3 & 0 \\ -3 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{vmatrix}$	$H_1 = -4$ $H_2 = (-4) \cdot (-6) - (-3) \cdot (-3) = 15$ $H_3 = (-4) \cdot (-6) \cdot (-6) + (-3) \cdot 0 \cdot 0 + (0 \cdot (-3) \cdot 0) - ((0 \cdot (-6) \cdot 0) + (0 \cdot 0 \cdot (-4)) + (-6) \cdot (-3) \cdot (-3)) \rightarrow H_3 = -144 - (-54) = -90$
H_1, H_2, H_3 adalah $- + -$, sehingga merupakan definit negatif. Maka nilai optimumnya merupakan nilai maksimum lokal.			
Nilai maks. lokal $\rightarrow f(-2, 1, -\frac{1}{3}) = -2(-2)^2 - 3(1)^2 - 3(-\frac{1}{3})^2 - 3(-2)(1) - 5(-2) - 2(-\frac{1}{3})$ $= \frac{16}{3} = 5,33$			
Jadi, nilai maksimum lokalnya 5,33 di titik $(-2, 1, -\frac{1}{3})$			

Gambar 7. Penyelesaian Masalah oleh Mahasiswa Keenam

Kesalahan yang dialami oleh mahasiswa pertama dan kedua dalam pemecahan masalah matematika optimasi dipengaruhi oleh kurangnya pemahaman konsep turunan fungsi multivariabel dan ketidakmampuan mahasiswa dalam menerapkan atau mengaplikasikan konsep yang telah didapatkan sebelumnya pada penyelesaian soal. Hal ini sejalan dengan penelitian yang telah selesai dilakukan oleh Siregar (2022). Dalam penelitiannya dijabarkan bahwa kekeliruan mahasiswa yang berulang kali muncul dalam memecahkan masalah adalah kurangnya memahami konsep. Kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa ketiga dan empat dalam memecahkan masalah yang berkaitan dengan materi matematika optimasi adalah ketidak-telitian dalam perhitungan. Hal ini serupa dengan penelitian yang telah dikerjakan oleh Rusnawati, Utami, & Senjayawati (2018), bahwa kesalahan dapat muncul dari siswa yang tidak teliti dalam perhitungan meskipun secara konsep dan langkah penyelesaian sudah dipahami dengan baik. Tidak teliti ini dapat dimasukkan dalam kategori kesalahan teknik.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis jawaban mahasiswa dalam menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan materi matematika optimasi multivariabel tanpa kendala secara analitik dan wawancara, diperoleh hasil penelitian yang memperlihatkan bahwa keterampilan atau kemampuan pemecahan masalah dari enam mahasiswa dapat dikelompokkan ke dalam kategori rendah, sedang dan tinggi. Subjek dengan kemampuan pemecahan masalah rendah cenderung hanya melakukan dua tahap pemecahan masalah yaitu memahami soal atau

masalah dan merencanakan strategi penyelesaian. Namun, tidak melakukan rencana dengan lancar dan tidak memeriksa hasil. Subjek yang berada dalam kategori pemecahan masalah sedang tidak mengalami kesulitan dalam memahami masalah, memilih strategi penyelesaian dan menerapkan rumus atau melaksanakan rencana penyelesaian. Ketiga hal tersebut mencakup tiga tahap pemecahan masalah. Subjek yang termasuk dalam kategori sedang sering melakukan kesalahan teknik berupa kurang teliti dalam perhitungan dan melewatkan tahapan memeriksa kembali jawaban mereka. Kemampuan pemecahan masalah subjek penelitian yang termasuk pada kategori tinggi menunjukkan kemampuan untuk memahami masalah, mengingat rumus dan langkah penyelesaian sehingga bisa membuat rencana penyelesaian, mengerjakan rencana serta memeriksa kembali dari langkah pengerjaan sampai perhitungan hasil akhir. Jadi, subjek dengan kemampuan pemecahan masalah kategori tinggi sudah melakukan empat tahapan pemecahan masalah dengan tepat dan baik. Temuan pada penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi atau acuan untuk membuat bahan ajar atau menciptakan proses pembelajaran yang dapat membantu mahasiswa meningkatkan empat tahapan pemecahan masalah, yaitu memahami dan menganalisis masalah, merencanakan strategi penyelesaian, menerapkan strategi dan rumus yang tepat pada langkah-langkah penyelesaian serta melakukan pemeriksaan kembali pada hasil yang diperoleh.

5. REFERENSI

- Amalia, A. N., & Sari, A. (2018). Evaluasi Signifikansi Metode Optimasi dalam Meminimumkan Biaya Perencanaan Produksi. *INFOMATEK: Jurnal Informatika, Manajemen, dan Teknologi*, 20(1), 1-8.
- Amam, A. (2017). Penilaian Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMP. *Jurnal Teori dan Riset Matematika (TEOREMA)*, 2(1), 39-46.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). *Numerical Methods for Engineers*. New York: McGraw-Hill Education.
- Ernaningsih, Z., & Kristiyani, I. M. (2023). Ethnomathematics Exploration Of Eceng Gondok Crafts. *MATHLINE: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 8(3), 1183-1196.
- Fauzan, H., & Anshari, K. (2024). Studi Literatur: Peran Pembelajaran Matematika Dalam Pembentukan Karakter Siswa. *JURRIPEN: Jurnal Riset Rumpun Ilmu Pendidikan*, 3(1), 163-175.
- Hidayatullah, M. A., Zulkardi, & Susanti, E. (2022). Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Konteks Jembatan Gantung Lahat. *Jurnal Derivat*, 9(2), 213-223.
- Kristiyani, I. M., & Ernaningsih, Z. (2024). Eksplorasi Etnomatematika pada Kerajinan Gerabah dan Penerapannya dalam Pembelajaran Kalkulus Integral. *Jurnal Axioma: Jurnal Matematika dan Pembelajaran*, 9(1), 39-53.
- Novitasari, P., & Aisy, A. S. (2024). Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. *Journal of Contemporary Issues in Primary Education (JCIPE)*, 2(1), 25-30.
- Rizqiani, A. S., Sridana, N., Junaidi, & Kurniati, N. (2023). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis dalam Menyelesaikan Soal Cerita Ditinjau dari Kemampuan Berpikir Kritis Siswa. *Jurnal Ilmiah Profesi Pendidikan*, 8(1), 232-239.

- Rusnawati, D., Utami, W. T., & Senjayawati, E. (2018). Analisis Kesalahan Siswa SMP dalam Menyelesaikan Soal Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Ditinjau dari Tiga Aspek. *MAJU: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 5(1), 91-107.
- Salmi, F. M., & Subhan, M. (2024). Modifikasi Metode Fletcher-Reeves untuk Penyelesaian Masalah Optimasi Tak Linier Tanpa Kendala. *Journal Of Mathematics UNP*, 9(1), 153-160.
- Sholihah, W. (2024). Analisis Hambatan Belajar Pada Pembuktian Induksi Matematika Dalam Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa. *Jurnal Derivat*, 11(2), 157-167.
- Siregar, N. (2022). Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahasiswa PGMI Pada Materi Volume Bangun Ruang. *Jurnal Derivat*, 9(2), 113-122.
- Siswanto, E., & Meiliasari. (2024). Kemampuan Pemecahan Masalah pada Pembelajaran Matematika: Systematic Literature Review. *Jurnal Riset Pembelajaran Matematika Sekolah (JRPMS)*, 8(1), 45-59.
- Snyman, J. A. (2005). *Practical Mathematical Optimization: An Introduction to Basic Optimization Theory and Classical and New Gradient-Based Algorithms*. New York: Springer Science+Business Media, Inc.