

# Pengaruh Vaksinasi Pada Anjing Terhadap Tingkat Penularan Rabies Menggunakan Pemodelan Dinamik

Dian Grace Ludji<sup>1)</sup>, Fetronela Rambu Bobu<sup>2)</sup>

<sup>1,2</sup>Fakultas Pertanian, Sains, dan Kesehatan, Universitas Timor

email: <sup>1)</sup>[dianludji@unimor.ac.id](mailto:dianludji@unimor.ac.id)

<sup>2)</sup>[fetronela@unimor.ac.id](mailto:fetronela@unimor.ac.id)

---

## Abstrak

Rabies merupakan penyakit yang menyerang saraf pusat (otak) yang disebabkan oleh virus rabies. Rabies menjadi penyakit menular yang paling menakutkan di provinsi Nusa Tenggara Timur (NTT) yang dilaporkan terdapat dua orang di kabupaten TTU yang meninggal akibat terkena virus Rabies karena terkena GHPR. Penelitian ini dilakukan untuk melihat pengaruh vaksinasi pada Anjing terhadap tingkat penularan Rabies. Metode yang digunakan adalah terlebih dahulu membuat model matematika penularan penyakit rabies dengan penambahan variabel vaksinasi lalu dilakukan analisis serta simulasi numerik. Model yang dibentuk adalah  $S_h, I_h, S_r, V_r, I_r$ . Model ini dibentuk untuk melihat pengaruh vaksinasi pada hewan terhadap penularan penyakit rabies pada manusia. Model ini memiliki dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dengan hasil analisis kondisi kestabilannya bersifat stabil asimtotik local ketika  $R_0 < 1$  dan titik equilibrium endemik penyakit dengan kondisi kestabilannya bersifat tidak stabil ketika  $R_0 > 1$ . Artinya bahwa penyakit rabies akan menghilang dalam suatu waktu tertentu. Simulasi numerik dilakukan untuk mendukung hasil analisis menggunakan perangkat lunak MAPLE. Hasil simulasi menunjukkan bahwa dalam waktu lebih dari 120 hari penyakit rabies akan menghilang. Pemberian vaksinasi sangat berpengaruh terhadap penularan penyakit rabies, yaitu semakin besar laju pemberian vaksin maka semakin cepat untuk menghentikan penularan penyakit rabies.

**Kata Kunci:** Model Dinamik, Penularan Rabies, Vaksin Rabies

---

## Abstract

*Rabies is a disease that attacks the central nervous system (brain) caused by the rabies virus. Rabies is the most frightening infectious disease in the province of East Nusa Tenggara (NTT) where two people in TTU district were reported to have died from the Rabies virus due to being exposed to GHPR. This research was conducted to see the effect of vaccination on dogs on the rate of rabies transmission. The method used is to first create a mathematical model of rabies transmission by adding vaccination variables, then conducting numerical analysis and simulation. The model formed is  $S_h, I_h, S_r, V_r, I_r$ . This model is formed to see the effect of vaccination in animals on the transmission of rabies in humans. This model has two equilibrium points, namely a disease-free equilibrium point with the results of the analysis of its stability conditions being locally asymptotically stable when  $R_0 < 1$  and a disease-endemic equilibrium point with its stability conditions being unstable when  $R_0 > 1$ . This means that rabies will disappear within a certain period of time. Numeric simulation was performed to support the analysis results using MAPLE software. The simulation results show that in more than 120 days rabies will disappear. Vaccination has a significant impact on the transmission of rabies, that is, the greater the rate of vaccination, the faster it will stop the transmission of rabies.*

**Keywords:** Dynamic Model, Rabies Transmission, Rabies Vaccine

---

## 1. PENDAHULUAN

Rabies merupakan penyakit yang menyerang saraf pusat (otak) yang disebabkan oleh virus rabies. Rabies biasa juga disebut penyakit Anjing gila. Rabies merupakan kelompok penyakit zoonosa, yaitu penyakit yang ditularkan oleh hewan bertulang belakang seperti Anjing, kera, musang, dan kucing. Penyakit ini ditularkan melalui pajan atau Gigitan Hewan Penular Rabies (GHPR) kepada manusia. Penyakit rabies pada hewan memiliki

gejala seperti mengeluarkan air liur berlebihan, kejang-kejang, mencari tempat yang dingin, agresif, menyendiri, menggigit benda-benda yang bergerak termasuk terhadap pemilikinya, sedangkan pada manusia memiliki gejala seperti air liur berlebihan, demam, mual, takut air, takut cahaya, keresahan, dan rasa nyeri tenggorokan (Nirwana F. Kridayati et al., 2019).

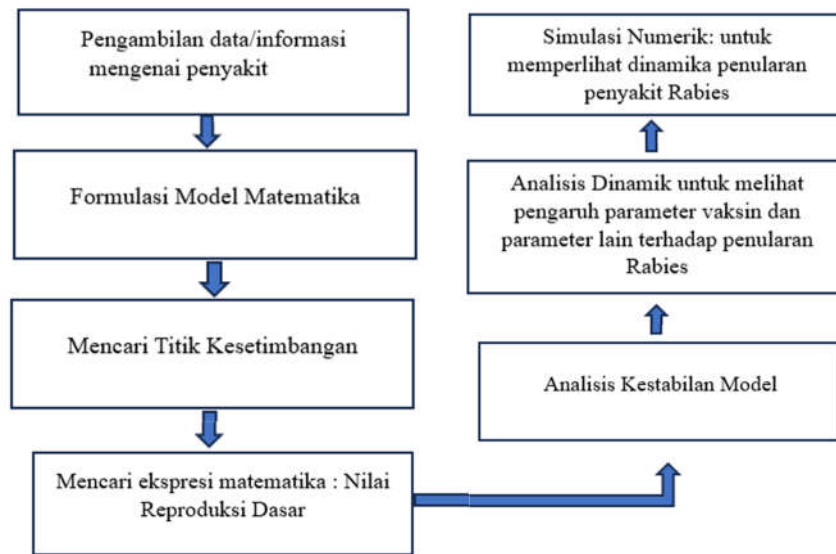
Rabies telah ada sejak lama namun dalam satu tahun terakhir, Rabies menjadi penyakit menular yang paling menakutkan. Menurut Kementerian Kesehatan RI (2020) mencatat bahwa angka kasus kematian yang disebabkan rabies masih tergolong tinggi, yaitu sekitar 100 hingga 156 kematian per tahun. Dilihat dari segi statistik, penularan penyakit rabies yang disebabkan gigitan anjing mencapai sekitar 98% dan 2% ditularkan oleh kera dan kucing (Luh Putu Yulianita et al., 2023). Berdasarkan data dari Kementerian Pertanian Republik Indonesia tahun 2023 tercatat ada sebanyak 1.823 kasus GHPR terjadi di kabupaten Timor Tengah Utara (TTU) dan kabupaten Timor Tengah Selatan (TTS) serta 12.941 kasus terjadi di sebaran pulau Flores (Direktorat Jenderal Peternakan dan Kesehatan Hewan, 2023). Oleh karena itu, penyakit ini menjadi perhatian khusus bagi pemerintah Kabupaten TTU karena dapat menyebabkan kematian secara cepat ketika seseorang terkena gigitan atau terinfeksi virus Rabies. Berdasarkan informasi yang diperoleh dari surat kabar online (Sigrianus Marutho Bere & Andi Hartik, 2023) tanggal 8 Desember 2023 dilaporkan terdapat dua orang di kabupaten TTU yang meninggal akibat terkena virus Rabies karena terkena GHPR. Sampai saat ini pemerintah kabupaten TTU masih terus memantau/memonitor serta mencatat data warga kabupaten TTU yang terkena GHPR karena kasus baru terus terjadi setiap hari (Pemerintah Kabupaten TTU, 2023).

Upaya pencegahan atau penanggulangan Rabies sedang diusahakan oleh pemerintah lewat program vaksinasi pada Anjing agar penularan Rabies pada sesama hewan maupun manusia bisa berkurang atau hilang. Oleh karena itu, perlu dilihat pengaruh vaksinasi pada HPR dengan Tingkat penularan Rabies terhadap manusia. Salah satu cara untuk dapat melihat pengaruh vaksinasi tersebut adalah dengan melakukan analisis dinamik yang terlebih dahulu akan dikonstruksi model matematika dinamik penularan penyakit Rabies pada hewan dan manusia kemudian dilanjutkan dengan mencari nilai ambang batas epidemik sebagai pusat untuk mengetahui tingkat penularannya dan melakukan analisis dinamik untuk melihat pengaruh dari parameter vaksinasi dan parameter lainnya. Terdapat beberapa penelitian mengenai model matematika penularan Rabies yang pernah dilakukan. Nashiratun (Nashiratun Nissa, 2023) membuat model matematika penyakit Rabies pada manusia dan Anjing, namun hanya sebatas mencari tingkat penyebaran penyakit rabies. Nirwana F. Kridayati dkk (Nirwana F. Kridayati et al., 2019) membuat model dan melakukan analisis penyakit rabies pada Anjing. Berdasarkan penelitian sebelumnya, peneliti hanya meneliti penyakit rabies pada Anjing, dan belum menghubungkan dengan penularan pada manusia dan belum ada penelitian terdahulu yang melibatkan variabel pemberian vaksin pada Anjing. Oleh karena itu, penelitian ini dibuat dengan membuat model penularan Rabies antara hewan khususnya Anjing dan manusia dengan pemberian vaksin pada Anjing sebagai salah satu hewan penyebab utama penularan penyakit rabies. Selanjutnya dilakukan analisis dan simulasi numerik menggunakan perangkat lunak MAPLE untuk melihat pengaruh pemberian vaksin pada Anjing terhadap penularan penyakit rabies pada manusia.

## **2. METODE PENELITIAN**

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif yang menggunakan data sekunder, yaitu data diperoleh dari artikel penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan penyakit rabies dan data primer dari lapangan mengenai penyakit rabies, yaitu hasil wawancara dengan seorang dokter hewan dan dokter manusia berupa durasi waktu (hari) dan kemudian dilakukan perhitungan dalam bentuk laju sehingga menjadi nilai parameter yang digunakan

pada simulasi numerik. Simulasi numerik dilakukan menggunakan *software* Maple. Berikut adalah diagram tahapan penelitian

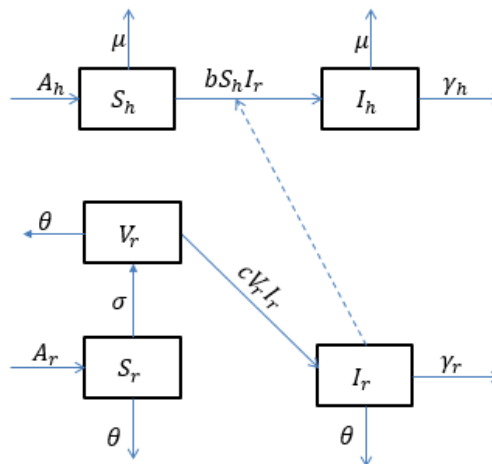


Gambar 1. Diagram tahap Penelitian

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### a. Model Matematika

Berikut adalah diagram formulasi model penularan penyakit Rabies yang dibentuk dalam penelitian ini



Gambar 2. Diagram formulasi model penularan penyakit rabies

Asumsi yang digunakan dalam modifikasi model ini adalah sebagai berikut

- i) Hanya ada satu jenis hewan penular, yaitu Anjing
- ii) Penularan hanya terjadi antar hewan dan ke manusia dan tidak ada penularan antar manusia dan dari manusia. Penularan yang terjadi antara hewan ke manusia terjadi melalui kontak langsung antar hewan dan ke manusia, yaitu ketika hewan terinfeksi menggigit hewan rentan lainnya dan manusia rentan.
- iii) Perekrutan populasi manusia dan hewan yang rentan terjadi secara konstan
- iv) Populasi hewan yang diberikan vaksin akan masuk ke dalam populasi vaksin
- v) Manusia dan hewan yang sudah terinfeksi rabies tidak dapat disembuhkan.

- vi) Terjadi kematian yang disebabkan oleh penyakit rabies dan kematian alami pada setiap kompartemen (manusia dan hewan).

Gambar 2 menjelaskan bahwa terdapat enam kompartemen populasi, yang terdiri dari dua jenis populasi. Jenis populasi yang pertama merupakan kompartemen populasi manusia yang terdiri dari populasi manusia rentan ( $S_h$ ), populasi manusia terinfeksi ( $I_h$ ). Jenis populasi yang kedua merupakan kompartemen populasi hewan yang terdiri dari populasi hewan rentan ( $S_r$ ), populasi hewan yang diberikan vaksin ( $V_r$ ) dan populasi hewan terinfeksi ( $I_r$ ). Manusia pada populasi rentan  $S_h$  akan masuk ke dalam populasi terinfeksi jika terjadi kontak langsung dengan hewan terinfeksi pada populasi  $I_r$ . Setelah itu, manusia dan hewan pada populasi terinfeksi akan berkurang karena terjadi kematian secara alami dan atau kematian yang disebabkan penyakit rabies. Hewan pada populasi rentan  $S_r$  akan masuk ke dalam populasi terinfeksi jika terjadi kontak langsung dengan hewan terinfeksi pada populasi  $I_r$ .

**Tabel 1.** Parameter dan keterangan yang digunakan dalam formulasi model

Parameter	Keterangan	Parameter	Keterangan
$A_h$	Tingkat kelahiran manusia	$A_r$	Tingkat kelahiran hewan
$b$	Laju gigitan/kontak langsung manusia dengan hewan	$\sigma$	Laju pemberian vaksin pada hewan
$c$	Laju gigitan/kontak langsung antar hewan	$\gamma_h; \gamma_r$	Laju kematian akibat terinfeksi rabies (manusia ; hewan)
$\mu$	Laju kematian alami manusia	$\theta$	Laju kematian alami hewan

Berdasarkan Gambar 2 diperoleh sistem persamaan nonlinear untuk mencari titik equilibrium, bilangan reproduksi dasar, analisis kestabilan model, analisis pengaruh pemberian vaksinasi, dan simulasi numerik. Berikut adalah sistem persamaan nonlinear yang diperoleh:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_h}{dt} &= A_h - bS_hI_r - \mu S_h \\
 \frac{dI_h}{dt} &= bS_hI_r - \gamma_h I_h - \mu I_h \\
 \frac{dS_r}{dt} &= A_r - \sigma S_r - \theta S_r \\
 \frac{dV_r}{dt} &= \sigma S_r - cV_rI_r - \theta V_r \\
 \frac{dI_r}{dt} &= cV_rI_r - \gamma_r I_r - \theta I_r
 \end{aligned} \tag{1}$$

### **b. Titik Equilibrium**

Berdasarkan (1) maka diperoleh dua titik equilibrium, yaitu titik bebas penyakit (DFE) dan titik endemik penyakit (DEE).

#### *i. Titik Bebas Penyakit (DFE)*

$$(S_{0h}, I_{0h}, S_{0r}, V_{0r}, I_{0r}) = \left( \frac{A_h}{\mu}, 0, \frac{A_r}{\sigma + \gamma_r}, \frac{\sigma A_r}{\theta(\sigma + \theta)}, 0 \right) \tag{2}$$

Titik bebas penyakit menjelaskan keadaan dimana tidak terdapat individu yang terinfeksi penyakit Rabies, hal ini dapat dilihat pada titik  $I_{0h} = 0$  dan titik  $I_{0r} = 0$ .

ii. *Titik Endemik Penyakit (DEE)*

$(S_{eh}, I_{eh}, S_{er}, V_{er}, I_{er})$ ;

$$S_{eh} = \frac{c A_h(\gamma_r + \theta)}{bcA_r - b\rho\gamma_r - b\gamma_r\theta - b\rho\theta - b\theta^2 + c\gamma_r\mu + c\mu\theta}$$

$$I_{eh} = \frac{b A_h(cA_r - \rho\gamma_r - \gamma_r\theta - \rho\theta - \theta^2)}{(bcA_r - b\rho\gamma_r - b\gamma_r\theta - b\rho\theta - b\theta^2 + c\gamma_r\mu + c\mu\theta)(\mu + \gamma_h)}$$

$$S_{er} = \frac{\gamma_r + \theta}{c},$$

$$V_{er} = \frac{(\gamma_r + \theta)\rho}{c\theta},$$

$$I_{er} = \frac{cA_r - \rho\gamma_r - \gamma_r\theta - \rho\theta - \theta^2}{c(\gamma_r + \theta)}. \quad (3)$$

Titik endemik penyakit (DEE) menunjukkan keadaan dimana penyakit akan terus berkembang, hal ini dapat dilihat pada titik  $I_{er} \neq 0$  dan  $I_{eh} \neq 0$  atau dengan kata lain memiliki nilai tertentu ketika dimasukkan nilai parameternya.

c. *Bilangan Reproduksi Dasar*

Bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) diperoleh menggunakan *next generation matrix*. Matriks tersebut diperoleh dari vektor pada kompartemen infeksi baru ( $\mathcal{F}(x)$ ) dan vektor pada kompartemen laju perpindahan ( $\mathcal{V}(x)$ ). Selanjutnya, didefinisikan  $F$  dan  $V$  sebagai matriks Jacobian kemudian dievaluasi pada titik equilibrium bebas penyakit dan bilangan reproduksi dasar dihitung berdasarkan spectral radius

$$F = \begin{pmatrix} 0 \\ bS_h I_r \\ 0 \\ 0 \\ cS_r I_r \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$V = \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma_h I_h + \mu I_h \\ 0 \\ 0 \\ \gamma_r I_r + \theta I_r \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Selanjutnya, dari dua vektor kita peroleh dua matriks

$$F = \begin{pmatrix} 0 & bS_h \\ 0 & cS_r \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$V = \begin{pmatrix} \mu + \gamma_h & 0 \\ 0 & \theta + \gamma_r \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Akibatnya,

$$V^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\mu + \gamma_h} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta + \gamma_r} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$FV^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{bA_h}{\mu(\gamma_r + \theta)} \\ 0 & \frac{cA_r}{(\sigma + \theta)(\gamma_r + \theta)} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

Selanjutnya, bilangan reproduksi dasar diambil dari nilai eigen tertinggi dari  $FV^{-1}$  atau ditulis dengan  $R_0 = \rho(FV^{-1})$ , sehingga diperoleh ekspresi bilangan reproduksi dasar sebagai berikut

$$R_0 = \frac{cA_r}{\sigma\theta + \gamma_r\theta + \sigma\gamma_r + \theta^2}. \quad (10)$$

Ekpresi bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) yang diperoleh pada persamaan (10) menunjukkan bahwa tingkat penyebaran penyakit rabies bergantung pada beberapa parameter, yaitu laju kelahiran alami hewan ( $A_r$ ), laju gigitan/kontak langsung antar hewan ( $c$ ), laju pemberian vaksin ( $\sigma$ ), laju kematian alami hewan ( $\theta$ ), dan laju kematian akibat rabies pada hewan ( $\gamma_r$ ). Dari kelima parameter ini, terlihat bahwa yang bisa ditekan untuk penyebaran penyakit rabies adalah laju pemberian vaksin ( $\sigma$ ) karena bisa diatur oleh manusia sedangkan parameter lainnya terjadi secara alami tanpa campur tangan manusia.

#### **d. Analisis Ketabilan Titik Equilibrium**

Kestabilan dari sebuah model matematika dinamik dilihat dari sifat kestabilan titik equilibrium yang telah diperoleh pada persamaan (2) dan (3) berdasarkan matriks Jacobian yang terbentuk dari sistem persamaan nonlinear (1). Berikut adalah matriks Jacobian yang diperoleh

$$J = \begin{bmatrix} -bI_r - \mu & 0 & 0 & 0 & -bS_h \\ bI_r & -\mu - \gamma_h & 0 & 0 & bS_h \\ 0 & 0 & -cI_r - \rho - \theta & 0 & -cS_r \\ 0 & 0 & \rho & -\theta & 0 \\ 0 & 0 & cI_r & 0 & cS_r - \gamma_r - \theta \end{bmatrix} \quad (11)$$

#### **i. Kestabilan Titik Equilibrium Bebas Penyakit**

Berdasarkan titik kesetimbangan bebas penyakit yang diperoleh dari persamaan (2) dan (5), maka matriks Jacobian untuk titik bebas penyakit sebagai berikut

$$J_0 = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & 0 & 0 & -bS_h \\ 0 & -\mu - \gamma_h & 0 & 0 & bS_h \\ 0 & 0 & -\rho - \theta & 0 & -cS_r \\ 0 & 0 & \rho & -\theta & 0 \\ 0 & 0 & cI_r & 0 & \frac{cA_r}{(\sigma + \theta)} - \gamma_r - \theta \end{bmatrix} \quad (12)$$

Dari matriks Jacobian pada (12), dengan menggunakan  $\det(\lambda I - J_0)$  maka diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= -\mu, \\ \lambda_2 &= -\mu - \gamma_h, \\ \lambda_3 &= -\rho - \theta, \\ \lambda_4 &= -\theta, \\ \lambda_5 &= \frac{cA_r}{(\sigma + \theta)} - \gamma_r - \theta,\end{aligned}\tag{13}$$

Kestabilan titik kesetimbangan dapat dilihat dari nilai eigen yang diperoleh. Jika semua nilai eigennya bernilai negatif maka titik tersebut bersifat asimptotik lokal. Berdasarkan (13) diperoleh  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  bernilai negative, sedangkan  $\lambda_5$  belum pasti memiliki nilai eigen yang negatif atau positif. Titik kesetimbangan bebas penyakit akan bersifat stabil pada  $R_0 < 1$ . Agar  $\lambda_5 = \frac{cA_r}{(\sigma + \theta)} - \gamma_r - \theta$  bernilai negatif maka dilakukan manipulasi aljabar yang menghubungkan nilai eigen ( $\lambda_5$ ) dengan nilai  $R_0$ .

$$\begin{aligned}\lambda_5 = \frac{cA_r}{(\sigma + \theta)} - \gamma_r - \theta < 0 &\Rightarrow \frac{cA_r}{(\sigma + \theta)} < (\gamma_r + \theta) \\ &\Rightarrow \frac{cA_r}{(\sigma + \theta)(\gamma_r + \theta)} < 1 \\ &\Rightarrow \frac{cA_r}{\sigma\gamma_r + \sigma\theta + \gamma_r\theta + \theta^2} < 1 \\ &\Rightarrow R_0 < 1.\end{aligned}$$

Sehingga jelas bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit akan bersifat stabil pada  $R_0 < 1$ . Artinya bahwa keadaan ketika nilai  $R_0 < 1$  maka penyakit akan menghilang dalam waktu tertentu dan bersifat stabil.

ii. *Kestabilan Titik Endemik Penyakit*

Berdasarkan titik kesetimbangan bebas penyakit yang diperoleh dari persamaan (3) dan (5), maka matriks Jacobian untuk titik endemik penyakit sebagai berikut

$$J_E = \begin{bmatrix} -bI_r - \mu & 0 & 0 & 0 & -bS_h \\ 0 & -\mu - \gamma_h & 0 & 0 & bS_h \\ 0 & 0 & -cI_r - \rho - \theta & 0 & -cS_r \\ 0 & 0 & \rho & -\theta & 0 \\ 0 & 0 & cI_r & 0 & cS_r - \gamma_r - \theta \end{bmatrix}\tag{14}$$

Dari matriks Jacobian pada (13), dengan menggunakan  $\det(\lambda I - J_0)$  maka diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= -bI_r - \mu, \\ \lambda_2 &= -\mu - \gamma_h, \\ \lambda_3 &= -cI_r - \rho - \theta, \\ \lambda_4 &= -\theta, \\ \lambda_5 &= cS_r - \gamma_r - \theta = 0.\end{aligned}\tag{15}$$

Salah satu nilai eigen bernilai positif ( $\lambda_5 > 0$ ) karena semua nilai parameter bernilai positif dan jumlah populasi  $S_r > 0$ , sehingga tidak memenuhi syarat kestabilan suatu titik. Oleh karena itu, titik endemik penyakit pada model (1) bersifat tidak stabil. Artinya bahwa penyebaran penyakit rabies di Kefamenanu

tidak akan terus menyebar atau dapat dikatakan bahwa penyebaran penyakit rabies bisa menghilang pada suatu waktu tertentu. Selanjutnya akan dibuktikan pada bagian simulasi numerik.

**e. Simulasi Numerik**

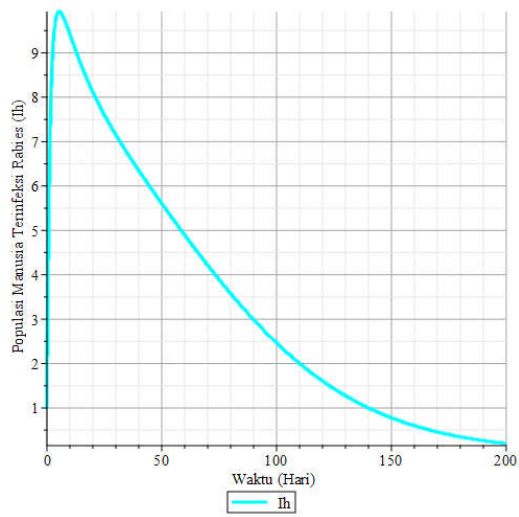
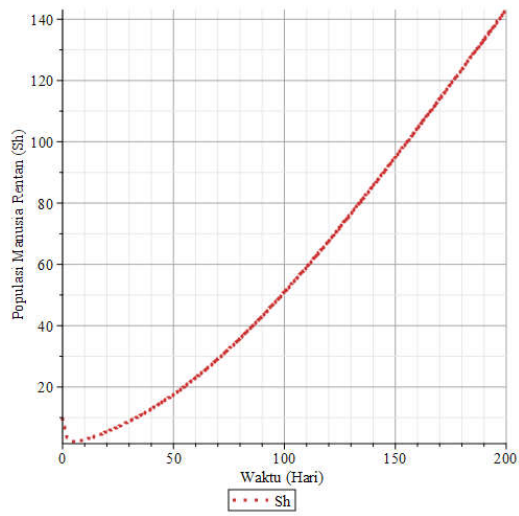
Simulasi numerik pada model dalam penelitian ini bertujuan untuk menggambarkan dinamika penyebaran penyakit Rabies dengan menggunakan parameter-parameter dan nilai awal tertentu terkait dengan hasil yang telah dianalisis sebelumnya. Adapun nilai-nilai parameter yang digunakan dalam penelitian ini diberikan pada Tabel 2 berikut

**Tabel 2.** Nilai-nilai parameter penyebaran penyakit Rabies

Parameter	Nilai	Sumber	Parameter	Nilai	Sumber
$A_h$	1	Asumsi	$A_r$	2	Asumsi
$b$	0,1	$\frac{1}{10 \text{ hari}}$	$\sigma$	0,1	$\frac{1}{10 \text{ hari}}$
$c$	0,2	$\frac{1}{5 \text{ hari}}$	$\gamma_h; \gamma_r$	0,1 ; 0,25	$\frac{1}{10 \text{ hari}}; \frac{1}{4 \text{ hari}}$
$\mu$	0,0000039	$\frac{1}{70 \times 365 \text{ hari}}$	$\theta$	0,00027	$\frac{1}{10 \times 365 \text{ hari}}$

Dengan nilai awal  $S_h = 10, I_h = 1, S_r = 10, V_r = 5, I_r = 5$ . Berdasarkan nilai-nilai parameter pada Tabel 2 diperoleh nilai eigen untuk titik equilibrium bebas penyakit sebagai berikut  $\lambda_1 = -0,0000021; \lambda_2 = -0,907; \lambda_3 = -0,10004; \lambda_4 = -0,0365; \lambda_5 = -0,007$ . Semua nilai eigen tersebut bernilai real negative, sehingga untuk titik equilibrium bebas penyakit bersifat stabil asimptotik lokal. Sedangkan nilai eigen untuk titik equilibrium endemik penyakit adalah  $\lambda_1 = -0,8186; \lambda_2 = -0,10004; \lambda_3 = -0,007; \lambda_4 = 0,04043; \lambda_5 = 0,1287$ . Berdasarkan hasil simulasi numerik diperoleh dua nilai eigen bernilai positif, yaitu  $\lambda_4, \lambda_5 > 0$  sehingga berdasarkan sifat analisis kestabilan maka titik quilibrium endemik penyakit bersifat tidak stabil. Hal ini terbukti sama dengan hasil analisis kestabilan sebelumnya.

Selanjutnya, hasil simulasi numerik model penyebaran penyakit Rabies untuk 200 hari mendatang dapat dilihat pada Gambar 2 berikut:

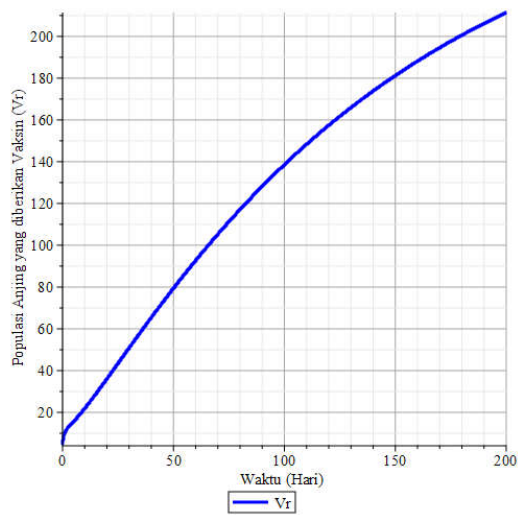
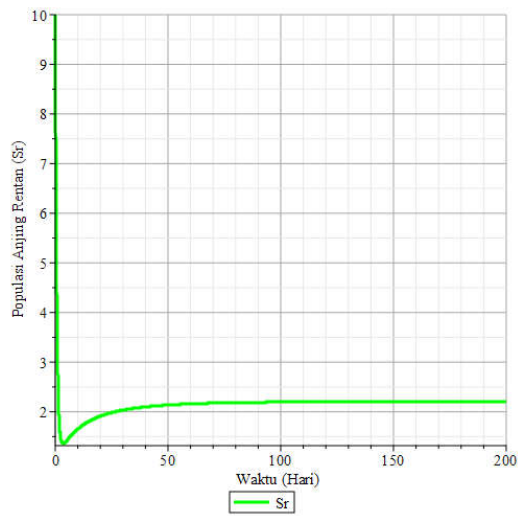


(a)

(b)

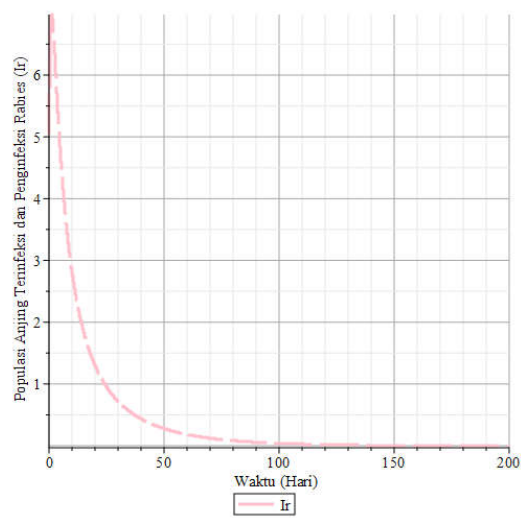
*Pengaruh Vaksinasi Pada Anjing Terhadap Tingkat Penularan Rabies Menggunakan  
Pemodelan Dinamik*  
Dian Grace Ludji, Fetronela Rambu Bobu

---



(c)

(d)

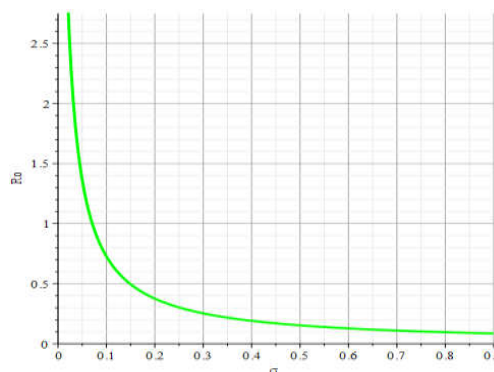


(e)

**Gambar 3.** Grafik penularan penyakit rabies pada manusia dan hewan

Gambar 3 menunjukkan pola penularan penyakit rabies pada manusia dan hewan. Gambar 3 (a) merupakan pola penyebaran pada populasi manusia yang rentan terhadap penyakit rabies ( $S_h$ ). Grafik menunjukkan bahwa jumlah individu manusia yang rentan terus meningkat hingga hari ke 200, hal ini terjadi karena setiap manusia yang baru lahir akan masuk ke dalam populasi manusia yang rentan terhadap penyakit rabies. Gambar 3 (b) merupakan pola penyebaran penyakit rabies pada populasi manusia yang terinfeksi penyakit rabies ( $S_h$ ). Gambar 3 (b) menunjukkan terjadi peningkatan yang signifikan sebelum 10 hari pertama lalu menurun menuju nol (0) sebelum hari ke 200, hal ini terjadi karena adanya kematian alami, kematian karena penyakit rabies, dan adanya peningkatan pemberian vaksin pada anjing yang menyebabkan anjing penular rabies berkurang (lihat Gambar 3 (e)) sehingga jumlah individu pada populasi tersebut berkurang dan menghilang. Gambar 3 (c) merupakan populasi Anjing rentan terhadap penyakit rabies. Grafiknya menunjukkan bahwa diawal sebelum hari ke 10 individu mengalami penurunan yang disebabkan karena adanya kematian alami dan perpindahan dari populasi rentan ke populasi yang diberikan vaksin. Sehingga pada populasi tervaksinasi (lihat Gambar 3 (d)) mengalami peningkatan. Pada Gambar 3 (e) terlihat bahwa mula-mula dari lima ekor Anjing yang terinfeksi mengalami peningkatan sebelum hari ke 10 namun kembali menurun hingga nol individu setelah hari ke 120. Hal ini disebabkan karena terjadinya kematian alami dan kematian yang diakibatkan penyakit rabies serta pemberian vaksin pada Anjing rentan meningkat yang menambah daya tahan tubuh Anjing rentan sehingga tidak mudah terinfeksi rabies. Kondisi di atas menunjukkan bahwa jika diterapkan pemberian vaksin pada waktu yang tepat sesuai nilai parameter  $\sigma = 0,1$  maka penyakit rabies akan mnghilang setelah hari ke 120.

Pengaruh Vaksin terhadap Penyakit Rabies dilihat pada Gambar 4.



**Gambar 4.** Pengaruh vaksin terhadap  $R_0$

Gambar 4 merupakan grafik pengaruh laju pemberian vaksin terhadap hewan sehat yang rentan terhadap rabies. Terlihat bahwa semakin besar laju pemberian vaksin atau semakin cepat vaksin diberikan kepada hewan tersebut maka akan mengurangi atau menurunkan tingkat penularan penyakit rabies. Hal ini dapat dilihat ketika nilai laju pemberian vaksin ( $\sigma$ ) semakin besar diperoleh nilai  $R_0$  yang semakin menurun menuju 0. Oleh karena itu, pemberian vaksin dengan waktu yang tepat dapat menurunkan angka penularan penyakit rabies. Penelitian ini hanya untuk melihat pengaruh pemberian vaksin pada hewan (anjing) berdasarkan nilai reproduksi dasar ( $R_0$ ).

#### **4. KESIMPULAN**

Model matematika penularan penyakit rabies yang dibangun pada penelitian ini adalah model penularan yang melibatkan dua kelompok populasi, yaitu populasi manusia dan populasi hewan (Anjing) dengan menambahkan sub populasi vaksin pada populasi hewan. Model yang dibentuk adalah  $S_h, I_h, S_r, V_r, I_r$ . Model ini dibentuk untuk melihat pengaruh vaksinasi pada hewan terhadap penularan penyakit rabies pada manusia. Model ini memiliki dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dengan hasil analisis kondisi kestabilannya bersifat stabil asimtotik local ketika  $R_0 < 1$  dan titik equilibrium endemik penyakit dengan kondisi kestabilannya bersifat tidak stabil ketika  $R_0 > 1$ . Artinya, bahwa penyakit rabies akan menghilang dalam suatu waktu tertentu. Simulasi numrik dilakukan untuk mendukung hasil analisis. Hasil simulasi menunjukkan bahwa dalam waktu lebih dari 120 hari penyakit rabies akan menghilang. Pemberian vaksinasi sangat berpengaruh terhadap penularan penyakit rabies, yaitu semakin besar laju pemberian vaksin maka semakin cepat untuk mengheentikan penularan penyakit rabies. Oleh karena itu, penelitian ini dapat membantu pemerintah pembuat kebijakan dalam hal menuntaskan penularan rabies agar memperhatikan waktu yang tepat untuk pemberian vaksin terhadap hewan agar dapat menurunkan angka penularan penyakit rabies. Selain itu, perlu adanya kesadaran dari masyarakat yang memiliki hewan peliharaan yang dapat menularkan virus rabies agar segera dibawa ke fasilitas kesehatan hewan agar bisa segera divaksin.

#### **5. UCAPAN TERIMA KASIH**

Terimakasih kami sampaikan kepada pimpinan Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Timor atas dukungan dan bantuan lembaga sebagai penyandang dana dari penelitian ini.

## 6. REFERENSI

- Amelia, R., Anggriani, N., Istifadah, N., & Supriatna, A. K. (2020). Dynamic analysis of mathematical model of the spread of yellow virus in red chili plants through insect vectors with logistical functions. *AIP Conference Proceedings*, 2264. <https://doi.org/10.1063/5.0023572>
- Amelia, R., Anggriani, N., Istifadah, N., & Supriatna, A. K. (2021). Stability analysis for yellow virus disease mathematical model of red chili plants. *Journal of Physics: Conference Series*, 1722(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1722/1/012043>
- Direktorat Jenderal Peternakan dan Kesehatan Hewan, K. P. (2023, November 21). *Tekan Kasus Rabies di NTT, Kementan Kejar Target Vaksinasi Capai 70% Populasi*.
- Hasanah, D., Sani, A., Kabil Djafar, M., Cahyono, E., & La Pimpi. (2024). Model Seiar Penyebaran Penyakit Rabies Pada Manusia. *Jurnal Matematika Komputasi Dan Statistika*, 3(3), 425–431. <https://doi.org/10.33772/jmks.v3i3.48>
- Ludji, D. G. (2021). ANALISIS SENSITIVITAS PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN REINFEKSI. *Math Educa Journal*, 5(2), 143–153. <https://doi.org/10.15548/mej.v5i2.2551>
- Ludji, D. G., Sianturi, P., & Nugrahani, E. (2019). Dynamical System of the Mathematical Model for Tuberculosis with Vaccination. *ComTech: Computer, Mathematics and Engineering Applications*, 10(2). <https://doi.org/10.21512/comtech.v10i2.5686>
- Luh Putu Yulianita, N., Ngurah Adisanjaya, N., & Riska Resty Wasita, R. (2023). Pemetaan Faktor Risiko Kasus Gigitan Hewan Penular Rabies pada Manusia Berbasis Sistem Informasi Geografis di Kabupaten Buleleng pada Tahun 2021. *Healthy Tadulako Journal (Jurnal Kesehatan Tadulako)*, 9(1), 1–9.
- Nashiratun Nissa. (2023). Model Matematika Penyebaran Penyakit Rabies Pada Manusia dan Anjing dengan Vaksinasi. *Sains Dan Teknologi*.
- Nirwana F. Kridayati, Kamiran, & Nur Asiyah. (2019). Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Rabies pada Anjing dengan Kontrol Optimal Berupa Kontrasepsi. *JURNAL SAINS DAN SENI ITS*, 8(2), A78–A84.
- Pangestu, Q., & Hartono. (2023). Analisis Kestabilan Titik Equilibrium dari Model Matematika Penyebaran Penyakit DBD di DIY. *Jurnal Kajian Dan Terapan Matematika*, 9(2), 86–96.
- Pemerintah Kabupaten TTU. (2023). *Instruksi Bupati Timor Tengah Utara*.
- Sigrianus Marutho Bere, & Andi Hartik. (2023). Pasien Rabies di TTU meninggal. *Kompas Media*.
- Syahfitri, R. I. (2023). Pengaruh Tingkat Pengetahuan Terhadap Pencegahan Penyakit Rabies. *PubHealth Jurnal Kesehatan Masyarakat*, 2(1), 48–53. <https://doi.org/10.56211/pubhealth.v2i1.310>
- Zeth Arthur Leleury, Mozart Winston Talakua, & Julia Anggraini Papilaya. (2017). ANALISIS SISTEM DINAMIK DAN KENDALI OPTIMAL PADA PENYEBARAN POPULASI ANJING RABIES DI KOTA AMBON. *Seminar Nasional Matematika*, 116–123.