

## Pemanfaatan Pelabelan Harmonis Graf Ular $S_n$ Dalam Kriptografi Polialfabetik

Fauzia D Tahir<sup>1)</sup>, Muh Rifai Katili<sup>2)</sup>, Nisky Imansyah Yahya<sup>3)</sup>, Djihad Wungguli<sup>4)</sup>, Asriadi<sup>5)</sup>, Nurwan<sup>6)</sup>, Armani Arsal<sup>7)</sup>

<sup>1,2,3,4,5,6,7)</sup> Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Gorontalo

email: [1fauziatahir.30@gmail.com](mailto:1fauziatahir.30@gmail.com)

[2mrifaikatili@ung.ac.id](mailto:2mrifaikatili@ung.ac.id)

[3nisky@ung.ac.id](mailto:3nisky@ung.ac.id)

[4dihad@ung.ac.id](mailto:4dihad@ung.ac.id)

[5asriadi@ung.ac.id](mailto:5asriadi@ung.ac.id)

[6nurwan@ung.ac.id](mailto:6nurwan@ung.ac.id)

[7armayaniarsal@ung.ac.id](mailto:7armayaniarsal@ung.ac.id)

---

### Abstrak

Penelitian ini membahas pelabelan harmonis pada graf ular  $S_n$  dan penerapannya dalam kriptografi polialfabetik. Pelabelan Harmonis merupakan fungsi injektif dari himpunan simpul ke himpunan bilangan bulat modulo E, yaitu  $f: V(G) \rightarrow \mathbb{Z}_E$ . Fungsi ini kemudian menginduksi fungsi pelabelan sisi  $f^*: E(G) \rightarrow \mathbb{Z}_E$ . Untuk setiap sisi yang menghubungkan simpul x dan y, label sisi diberikan oleh  $f^*(xy) = f(x) + f(y) \text{ mod } |E|$  menghasilkan label sisi berbeda. Pada penelitian ini, dibahas proses konstruksi pelabelan harmonis pada graf ular  $S_n$ , dimana  $V = n + 2$  dan  $E = 2n + 1$ . Hasil penelitian menunjukkan bahwa graf ular  $S_n$  memenuhi syarat sebagai graf harmonis karena setiap sisi memiliki label unik. Himpunan simpul dari graf ular  $S_n$  didefinisikan sebagai  $V(S_n) = \bar{0} \cup \bar{1} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$  dan himpunan sisi  $S_n$  adalah  $E(S_n) = \bar{0} \cup \bar{1} \cup \bar{2} \cup \bar{3} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$ . Pelabelan harmonis pada graf ular ini kemudian diterapkan dalam kriptografi, khususnya dalam membentuk tabel cipher yang digunakan sebagai kunci dalam metode enkripsi dan dekripsi polialfabetik. Pendekatan ini meningkatkan keamanan kriptografi karena satu huruf dalam plainteks dapat diubah menjadi berbagai kemungkinan huruf dalam cipherteks. Sehingga meningkatkan kekuatan sistem enkripsi dan menyulitkan upaya pemecahan pesan oleh pihak yang tidak sah.

**Kata Kunci:** Pelabelan harmonis, graf ular, kriptografi, cipher polialfabetik

---

### Abstract

This research discusses harmonious labeling on the snake graph  $S_n$  and its application in polyalphabetic cryptography. A harmonious labeling is an injective function from the set of vertices to the set of integers modulo  $E$ , defined as  $f: V(G) \rightarrow \mathbb{Z}_E$ . This function induces an edge labeling function  $f^*: E(G) \rightarrow \mathbb{Z}_E$ . For each edge connecting vertices  $x$  and  $y$ , the edge label is given by  $f^*(xy) = f(x) + f(y) \text{ mod } |E|$ , producing distinct edge labels. This study presents the construction process of harmonious labeling on the snake graph  $S_n$ , where  $V = n + 2$  and  $E = 2n + 1$ . The results show that the snake graph  $S_n$  satisfies the conditions for being harmoniously labeled since each edge receives a unique label. The vertex set of  $S_n$  is defined as  $V(S_n) = \bar{0} \cup \bar{1} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$  and the edge set as  $E(S_n) = \bar{0} \cup \bar{1} \cup \bar{2} \cup \bar{3} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$ . The harmonious labeling on this graph is then applied in cryptography, particularly in forming a cipher table used as a key in the polyalphabetic encryption and decryption process. This approach enhances cryptographic security, as a single plaintext letter can be transformed into various ciphertext possibilities, thereby increasing encryption strength and complicating message decryption attempts by unauthorized parties.

**Keywords:** harmonious labeling, snake graph, cryptography, polyalphabetic cipher

---

## 1. PENDAHULUAN

Revолюси digital telah mentransformasi berbagai sektor kehidupan melalui koneksi global dan akses informasi tanpa batas. Namun, kemajuan ini juga memicu meningkatnya ancaman siber seperti ransomware, phishing, dan malware yang mengganggu stabilitas digital. Di Indonesia, Badan Siber dan Sandi Negara (BSSN) mencatat lebih dari 400 juta upaya serangan siber sepanjang tahun 2023, yang mencakup serangan malware, pencurian data, dan gangguan terhadap infrastruktur digital (Februari, 2024). Seiring berkembangnya teknologi, serangan ini makin sulit dideteksi dan ditanggulangi. Dalam menghadapi ancaman tersebut, kriptografi menjadi solusi utama untuk menjaga keamanan informasi dari akses yang tidak sah (Ramalinda & Raharja, 2024).

Kriptografi merupakan cabang ilmu yang mempelajari teknik pengamanan data melalui proses enkripsi dan dekripsi (Setyaningsih, 2015). Enkripsi adalah metode untuk mengubah teks asli (plaintext) menjadi teks terenkripsi (ciphertext), sementara dekripsi adalah proses untuk mengubah teks terenkripsi kembali ke bentuk aslinya (Tarigan et al., 2023). Dalam perkembangannya, kriptografi telah menghasilkan berbagai metode untuk menjaga kerahasiaan data. Salah satu metode yang cukup terkenal adalah kriptografi polialfabetik, yang dikenal lebih kompleks dibandingkan metode monoalfabetik (Sephiana et al., 2023). Kriptografi polialfabetik memiliki keunggulan dalam menyulitkan analisis frekuensi, yaitu salah satu metode utama yang digunakan untuk memecahkan pesan terenkripsi. Dengan menggunakan beberapa alfabet secara bergantian, metode ini mampu menciptakan enkripsi yang lebih sulit ditebak.

Berbagai metode kriptografi telah dikembangkan, seperti RSA (kriptografi asimetris) dan AES (kriptografi blok simetris). RSA unggul dalam distribusi kunci secara aman, namun kurang efisien untuk enkripsi atau dekripsi data berukuran besar. Sementara itu, AES dikenal efisien dan aman, tetapi tetap memiliki potensi kerentanan jika kunci berhasil diretas. Berbeda dengan metode-metode ini yang mengandalkan operasi numerik langsung dalam proses enkripsinya, metode berbasis teori graf menggunakan struktur hubungan antar elemen graf sebagai dasar pembentukan kunci. Pendekatan ini tidak hanya kompleks secara matematis, tetapi juga fleksibel dalam menghasilkan pola yang unik. Oleh karena itu, teori graf menjadi alternatif potensial dalam pengembangan kriptografi yang lebih aman.

Teori graf memodelkan hubungan antar objek secara sistematis, memungkinkan pembuatan sistem enkripsi yang kuat dan kompleks (Mahmudah & Irawati, 2020). Salah satu bidang kajian yang banyak diteliti dalam teori graf adalah pelabelan graf. Yaitu proses pemberian label, berupa angka atau simbol tertentu, pada elemen-elemen graf seperti simpul (vertex) dan sisi (edge). Konsep pelabelan ini pertama kali diperkenalkan pada pertengahan tahun 1960-an melalui hipotesis yang diajukan oleh Ringel dan Rosa, dan sejak saat itu berkembang menjadi berbagai jenis pelabelan dengan karakteristik dan aplikasi yang berbeda-beda (Gallian, 2022; Rosyidah, 2016).

Salah satu jenis pelabelan yang menarik perhatian para peneliti adalah pelabelan harmonis, yaitu suatu pemetaan satu-satu dari himpunan simpul graf ke himpunan bilangan bulat modulo jumlah sisi graf, sehingga setiap label sisi yang diperoleh dari hasil penjumlahan label kedua simpul yang dihubungkan oleh sisi tersebut adalah berbeda.

Berbagai studi sebelumnya telah meneliti pelabelan harmonis pada beragam jenis graf. Atmadja (2021) mengkaji pelabelan harmonis pada graf tangga segitiga pita, sementara Sari & Atmadja (2022) meneliti pelabelan harmonis pada graf hati bolak-balik ( $H_n$ ). Penelitian lainnya oleh Atmadja (2022) membahas graf sehati, dan oleh Taqiyah & Rahadjeng (2022) mengeksplorasi pelabelan harmonis genap sejati pada beberapa graf terhubung. Nisa et al. (2024) juga melakukan kajian terhadap pelabelan harmonis genap pada graf roda ( $W_n$ ) dengan

nilai  $n$  genap. Penelitian mengenai pelabelan graf dan kriptografi juga telah dilakukan sebelumnya, seperti penelitian oleh Muktyas & Sugeng (2015) yang meneliti pemanfaatan pelabelan graceful pada symmetric tree untuk kriptografi polialfabetik. Penelitian serupa juga dilakukan oleh Mahmudah (2017), yang mengkaji pengembangan kriptosistem polialfabetik cipher dengan fokus pada pelabelan edges antimagic total dari graf tribun. Penelitian-penelitian ini memberikan landasan yang kuat bahwa pelabelan graf, termasuk pelabelan harmonis, memiliki potensi besar dalam aplikasi dunia nyata.

Namun, sebagian besar penelitian pelabelan harmonis pada graf yang ada masih terfokus pada aspek teoritis tanpa mengeksplorasi lebih jauh penerapan praktisnya dalam sistem keamanan data. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengisi celah tersebut dengan memanfaatkan pelabelan harmonis pada graf ular dalam penerapan kriptografi polialfabetik. Graf ular adalah graf yang dibentuk berdasarkan pola pengubinan dari graf segitiga dengan panjang  $n$ .

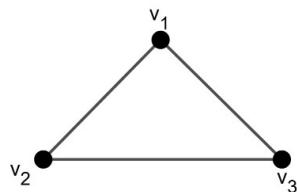
Penelitian ini diharapkan dapat menghasilkan pola pelabelan harmonis pada graf ular yang membentuk kunci enkripsi baru dalam *polyalphabetic cipher*, serta memberikan kontribusi dalam pengembangan sistem keamanan data.

## 2. KAJIAN TEORI

Secara umum, graf didefinisikan sebagai pasangan himpunan  $G = (V(G), E(G))$ , di mana  $V(G)$  merupakan himpunan tak kosong dari titik atau simpul, dan  $E(G)$  merupakan himpunan sisi yang menghubungkan dua titik dalam  $V(G)$ . Dalam penelitian ini, graf yang digunakan adalah graf sederhana, yaitu graf tak berarah yang tidak memiliki loop maupun sisi ganda. Selain itu, derajat dari suatu titik didefinisikan sebagai banyaknya sisi yang melekat pada titik tersebut.

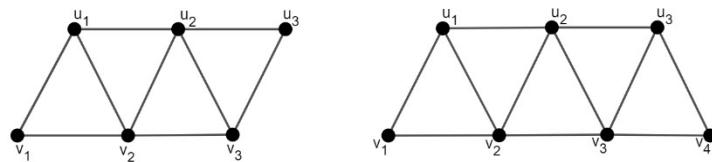
Sebuah graf dikatakan terhubung jika setiap pasangan simpul memiliki jalur yang menghubungkannya. Artinya, untuk setiap dua simpul  $u$  dan  $v$  dalam graf  $G(V, E)$ , terdapat lintasan dari  $u$  ke  $v$ . Sedangkan graf tidak terhubung adalah graf di mana terdapat setidaknya satu pasangan simpul yang tidak memiliki jalur penghubung.

Berikut adalah jenis-jenis graf umum yang sudah didefinisikan dan dipelajari sebelumnya. Suatu graf sederhana  $G$  disebut graf cycle jika terdiri dari satu lintasan tertutup, di mana setiap simpul memiliki derajat 2. Artinya, semua simpul dalam graf cycle terhubung membentuk sebuah jalur melingkar tanpa pengulangan sisi atau simpul kecuali simpul awal dan simpul akhir yang sama. Graf cycle dengan  $n$  simpul dinotasikan sebagai  $C_n$ , di mana  $n \geq 3$ .



**Gambar 1.** Graf Cycle  $C_3$

Graf ular merupakan graf yang disusun dengan aturan penyusunan pada bidang menggunakan segitiga, dengan masing-masing segitiga bersisian pada paling sedikit satu sisi dengan lainnya. Graf ular dilambangkan sebagai  $S_n$ , dengan  $n \geq 3$  di mana  $n$  menyatakan jumlah segitiga yang membentuk graf ular tersebut.

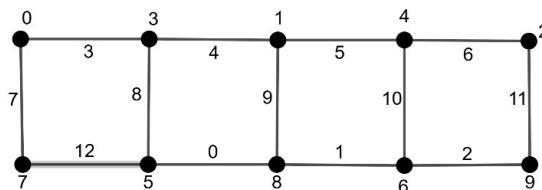


**Gambar 2.** Graf Ular

Pelabelan graf merupakan salah satu kajian penting dalam teori graf. Pelabelan graf adalah sebuah fungsi yang menghubungkan himpunan titik atau sisi pada suatu graf dengan bilangan bulat non-negatif, sesuai dengan aturan tertentu. Berdasarkan elemen yang diberi label, pelabelan graf terbagi menjadi tiga jenis: pelabelan titik, pelabelan sisi, dan pelabelan total. Jika domain fungsi adalah himpunan titik, maka disebut pelabelan titik (*vertex labelling*). Jika domain fungsi adalah himpunan sisi, maka disebut pelabelan sisi (*edge labelling*). Sedangkan jika domain fungsi adalah gabungan dari himpunan titik dan sisi, maka disebut pelabelan total (*total labelling*) (Lasim, 2022). Salah satu jenis pelabelan yang banyak diteliti adalah pelabelan harmonis.

Pelabelan harmonis diperkenalkan oleh Graham dan Sloane pada tahun 1980, dan memiliki karakteristik khusus. Sebuah graf sederhana  $G = (V(G), E(G))$  dikatakan memiliki pelabelan harmonis apabila terdapat fungsi injektif  $f$  yang memetakan setiap titik pada graf  $G$  ke bilangan bulat modulo  $q$ , sehingga setiap sisi  $xy$  diberi label  $f(x) + f(y) \bmod q$  dan menghasilkan label sisi yang berbeda (Gallian, 2017).

Di bawah ini diberikan contoh pelabelan harmonis untuk graf tangga  $L_5$  yang ditampilkan pada Gambar berikut.



**Gambar 3.** Graf Tangga  $L_5$

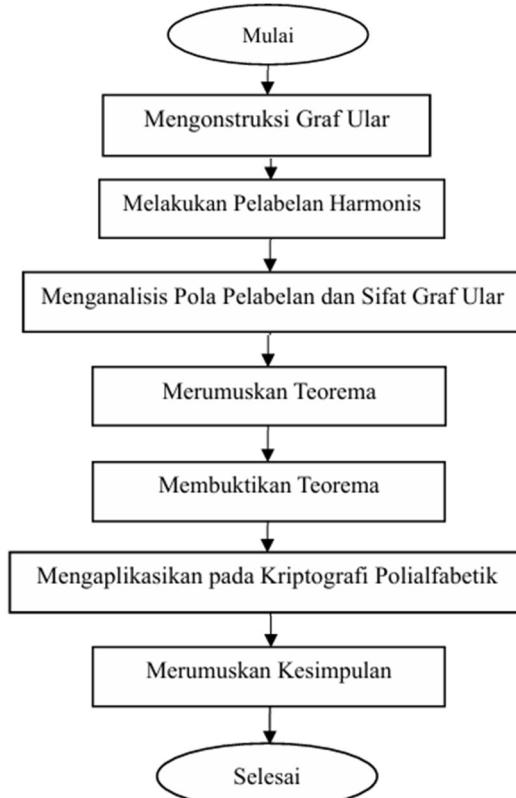
Dalam perkembangan teknologi informasi, kriptografi memiliki peran penting dalam menjaga keamanan data dan komunikasi digital. Kriptografi berasal dari bahasa Yunani, yaitu *crypto* yang berarti rahasia dan *graphia* yang berarti tulisan. Secara istilah, kriptografi merupakan gabungan antara ilmu dan seni dalam menyembunyikan pesan agar hanya dapat dipahami oleh pihak yang berwenang. Kriptografi berfungsi untuk mengamankan informasi dengan cara mengubah pesan asli (*plaintext*) menjadi bentuk sandi (*ciphertext*) yang sulit dipahami oleh pihak yang tidak berkepentingan. Proses pengubahan ini disebut enkripsi, sedangkan proses pengembalian *ciphertext* menjadi *plaintext* disebut dekripsi. Keamanan kriptografi umumnya bergantung pada kunci rahasia yang digunakan dalam proses enkripsi dan dekripsi tersebut.

Dalam bidang kriptografi, salah satu metode yang telah lama dikenal adalah kriptografi polialfabetik. Teknik ini termasuk dalam kategori substitusi majemuk, di mana huruf-huruf dalam *plaintext* diganti dengan huruf lain menggunakan beberapa alfabet substitusi yang bergantian berdasarkan urutan posisi karakter dalam pesan. Kriptografi polialfabetik dianggap lebih aman dibandingkan dengan metode monoalfabetik karena lebih sulit dianalisis

menggunakan frekuensi huruf. Dalam kriptografi polialfabetik, pola-pola dalam *plaintext* disamarkan lebih baik, sehingga pesan lebih terlindungi dari serangan pihak ketiga.

### 3. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur serta analisis penentuan sifat-sifat pelabelan harmonis pada graf ular  $S_n$  dengan mengamati pola dan contoh graf yang diteliti dilanjutkan dengan penerapan hasilnya dalam sistem kriptografi polialfabetik. Langkah-langkah yang dilakukan disajikan dalam diagram alir berikut.

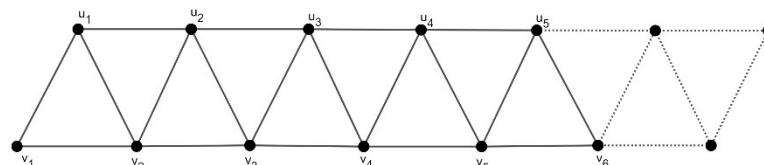


Gambar 4. Prosedur Penelitian

### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### a. Graf Ular

Graf ular dilambangkan sebagai  $S_n$ , dengan  $n \geq 3$  di mana  $n$  menyatakan jumlah segitiga yang membentuk graf ular tersebut. Diberikan tampilan konstruksi pada graf ular  $S_n$ , dengan  $p = n + 2$  dan  $q = 2n + 1$ . Dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 5. Konstruksi Graf Ular  $S_n$

Graf ular mempunyai himpunan titik dan himpunan sisi sebagai berikut, dimana  $u_i$  adalah himpunan titik atas dan  $v_i$  adalah himpunan titik bawah pada graf ular  $S_n$ .

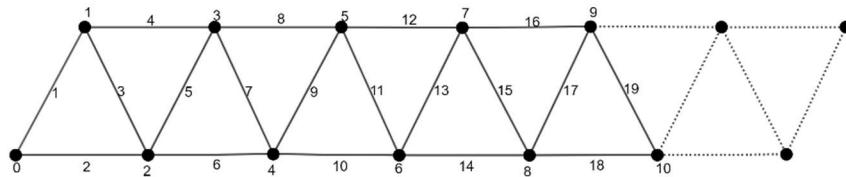
$$V(S_n) = \begin{cases} \left\{ u_i \mid 1 \leq i \leq \frac{n+1}{2} \right\} \cup \left\{ v_i \mid 1 \leq i \leq \frac{n+3}{2} \right\}, & n \text{ ganjil} \\ \left\{ u_i \mid 1 \leq i \leq \frac{n+2}{2} \right\} \cup \left\{ v_i \mid 1 \leq i \leq \frac{n+2}{2} \right\}, & n \text{ genap} \end{cases}$$

Dan

$$E(S_n) = \begin{cases} \left\{ (u_i v_i), (u_i v_{i+1}), (v_i v_{i+1}) \mid 1 \leq i \leq \frac{n+1}{2} \right\} \cup \left\{ (u_i u_{i+1}) \mid 1 \leq i \leq \frac{n+1}{2} \right\}, & n \text{ ganjil} \\ \left\{ (u_i v_i), (v_i v_{i+1}), (u_i u_{i+1}) \mid 1 \leq i \leq \frac{n}{2} \right\} \cup \left\{ (u_i v_{i+1}) \mid 1 \leq i \leq \frac{n+2}{2} \right\}, & n \text{ genap} \end{cases}$$

### b. Konstruksi Pelabelan Harmonis Pada Graf Ular

Mengkonstruksi pelabelan dari suatu graf yaitu membangun atau membentuk fungsi bijektif yang memasangkan suatu himpunan unsur-unsur graf yaitu titik dan sisi dengan bilangan bulat.



**Gambar 6.** Pelabelan Graf Ular  $S_n$

#### Teorema :

Graf ular ( $S_n$ ) untuk  $n \geq 3$  dengan  $p = n + 2$  dan  $q = 2n + 1$ . adalah graf harmonis.

#### Bukti :

- Definisikan pelabelan simpul ( $V$ ) untuk graf ular  $S_n$  sebagai berikut :

$$f(u_i) = 2i - 1 \begin{cases} 1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}, & n \text{ ganjil} \\ 1 \leq i \leq \frac{n+2}{2}, & n \text{ genap} \end{cases}$$

$$f(v_i) = 2i - 2 \begin{cases} 1 \leq i \leq \frac{n+3}{2}, & n \text{ ganjil} \\ 1 \leq i \leq \frac{n+2}{2}, & n \text{ genap} \end{cases}$$

2. Definisikan pelabelan sisi ( $E$ ) untuk graf ular  $S_n$  sebagai berikut :

$$f^*(u_i v_i) = 4i - 3 \begin{cases} 1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}, n \text{ ganjil} \\ 1 \leq i \leq \frac{n+2}{2}, n \text{ genap} \end{cases}$$

$$f^*(u_i v_{i+1}) = 4i - 1 \begin{cases} 1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}, n \text{ ganjil} \\ 1 \leq i \leq \frac{n}{2}, n \text{ genap} \end{cases}$$

$$f^*(u_i u_{i+1}) = 4i \begin{cases} 1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}, n \text{ ganjil} \\ 1 \leq i \leq \frac{n}{2}, n \text{ genap} \end{cases}$$

$$f^*(v_i v_{i+1}) = 4i - 2 \begin{cases} 1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}, n \text{ ganjil} \\ 1 \leq i \leq \frac{n}{2}, n \text{ genap} \end{cases}$$

Dari persamaan (1) dan (2), disimpulkan bahwa perhitungan label simpul pada graf ular  $S_n$  adalah sebagai berikut :

- Pelabelan simpul untuk graf ular  $S_n$  :

$$\begin{aligned} f(u_i) &= 2i - 1 \\ &\in \{1, 3, 5, 7, \dots\} \\ &= 1 \bmod 2 = \bar{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(v_i) &= 2i - 2 \\ &\in \{0, 2, 4, 6, \dots\} \\ &= 0 \bmod 2 = \bar{0} \end{aligned}$$

Dari persamaan (7) dan (8) tersebut, dapat dilihat bahwa himpunan label simpul  $f(V(S_n)) = \bar{0} \cup \bar{1} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$  dan label setiap simpul yang dihasilkan berbeda-beda. Sehingga,  $f$  merupakan fungsi injektif yang memenuhi pemetaan  $f: V(S_n) \rightarrow \mathbb{Z}_E$ .

Dengan cara yang serupa untuk label simpul, dari persamaan (3) sampai (6), perhitungan label sisi pada graf ular  $S_n$  diperoleh sebagai berikut.

- Pelabelan sisi untuk graf ular  $S_n$  :

$$\begin{aligned} f^*(u_i v_i) &= 2i - 1 + 2i - 2 = 4i - 3 && \in \{1, 5, 9, 13, 17, \dots\} \\ &= 1 \bmod 4 = \bar{1} \end{aligned}$$

$$f^*(u_i v_{i+1}) = 2i - 1 + 2(i+1) - 2 = 4i - 1 \quad \in \{3, 7, 11, 15, 19, \dots\}$$

$$= 3 \bmod 4 = \bar{3}$$

$$f^*(u_i u_{i+1}) = 2i - 1 + 2(i+1) - 1 = 4i \quad \in \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$$

$$= 0 \bmod 4 = \bar{0}$$

$$f^*(v_i v_{i+1}) = 2i - 2 + 2(i+1) - 2 = 4i - 2 \quad \in \{2, 6, 10, 14, 18, \dots\}$$

$$= 2 \bmod 4 = \bar{2}$$

Dapat dilihat dari persamaan (9) sampai dengan (12) diperoleh himpunan label sisi  $f(E(S_n)) = \bar{0} \cup \bar{1} \cup \bar{2} \cup \bar{3} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots\}$ . Nampak bahwa pelabelan sisi  $f^*(xy) = f(x) + f(y) \bmod |E|$  menghasilkan label yang berbeda, sehingga pemetaan  $f^*$  merupakan pemetaan bijektif. Jadi terbukti bahwa graf ular  $S_n$  adalah graf harmonis.

### c. Penerapan Pelabelan Harmonis pada Graf Ular dalam kriptografi Polialfabetik

Pelabelan harmonis pada graf ular  $S_n$  yang telah dilakukan sebelumnya akan digunakan sebagai dasar dalam pembentukan kunci enkripsi dan dekripsi pesan. Graf ular yang akan digunakan yaitu  $n = 24$  dengan 26 titik untuk mencakup semua alphabet.

#### i. Algoritma Enkripsi dengan Harmonious Labeling pada Graf Ular

Algoritma yang digunakan dalam penelitian ini merupakan pengembangan dari metode polialfabetik cipher yang didasarkan pada pelabelan harmonis graf ular. Berikut adalah langkah-langkah algoritmanya:

- 1) Bagi pesan pada plainteks menjadi 4 blok dengan ukuran sama.
- 2) Bentuk graf ular  $S_{24}$ , yaitu graf dengan 26 titik dan 49 sisi.
- 3) Labeli graf ular dengan pelabelan harmonis.
- 4) Transformasikan setiap label menjadi huruf alfabet ( $A = 0, B = 1, \dots, Z = 25$  menggunakan operasi modulo 26).
- 5) Bentuk tabel snakeharmonious polyalphabetic cipher dengan mengeplot huruf dan sisi yang terkait dengannya.
- 6) Untuk sel kosong, gunakan huruf yang belum dipakai di baris dan kolom yang sama.

#### ii. Proses Enkripsi

Langkah enkripsi dilakukan sebagai berikut:

- 1) Pesan plainteks dibagi menjadi 4 blok.
- 2) Cocokkan setiap huruf pada blok dengan baris yang sesuai pada tabel snakeharmonious polyalphabetic cipher.
- 3) Ganti huruf dengan cipherteks sesuai urutan bloknya.

#### iii. Proses Dekripsi

Langkah dekripsi dilakukan sebagai kebalikan dari enkripsi:

- 1) Bagi cipherteks ke dalam 4 blok sesuai urutan.
- 2) Cocokkan huruf pada setiap blok dengan kolom dalam Tabel snakeharmonious polyalphabetic cipher.
- 3) Ubah setiap huruf cipherteks dengan plainteks sesuai urutan bloknya.

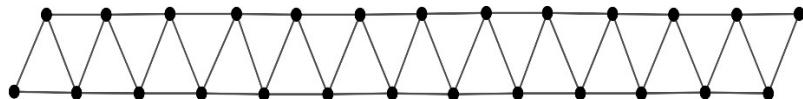
#### iv. Contoh Harmonious Polyalphabetic Cipher

Plainteks : indahnya matematika

- 1) Plainteks dibagi menjadi 4 blok dengan ukuran sama :

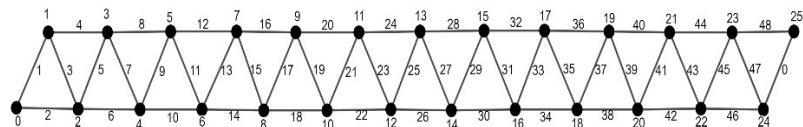
i	n	d	a	h	n	y	a	m	a	t	e	m	a	t	i	k	a		
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--

- 2) Bentuk graf ular  $S_{24}$ , yaitu graf dengan 26 titik dan 49 sisi.



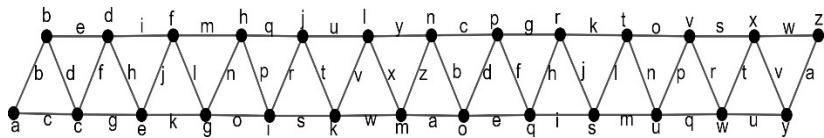
**Gambar 7.** Graf Ular  $S_{24}$

- 3) Labeli graf ular dengan pelabelan harmonis.



**Gambar 8.** Graf Ular yang Sudah Dilabeli

- 4) Transformasikan setiap label menjadi huruf alfabet.



**Gambar 9.** Transformasi Label Menjadi Alfabet

- 5) Tabel snakeharmonious polyalphabetic cipher

**Tabel 1.** Snakeharmonious Cipher

Plainteks		Cipherteks				
a	c	b	z	x		
b	d	e	b	Y		
c	g	c	f	d		
d	e	i	h	F		
e	k	h	g	j		
f	l	j	m	i		
g	o	l	k	n		
h	p	n	q	m		
i	r	s	p	o		
j	t	r	u	q		

Plainteks		Cipherteks				
n	y	z	c	B		
o	b	d	a	e		
p	f	g	d	c		
q	i	f	e	h		
r	h	k	j	g		
s	j	m	i	l		
t	n	o	l	k		
u	m	q	n	p		
v	s	p	o	r		
w	q	u	r	t		

k	w	v	t	s
l	x	y	v	u
m	z	x	w	a

x	v	t	s	w
y	u	a	y	v
z	a	w	x	z

6) Hasil Akhir

i	n	d	a				
r	z	h	x	p	z	y	x

h	n	y	a				
p	z	y	x				

m	a	t	e				
z	b	l	j				

m	a	t	i				
z	b	l	o				

k	a						
w	b						

Plainteks : indahnya matematika

Kunci : table snakeharmonious cipher

Cipherteks : rzhxpzyxzbljzblobw

d. Analisis Kekuatan dan Kelemahan Metode

Kelebihan Pendekatan ini:

1) Struktur Matematis yang Kompleks:

Penggunaan pelabelan harmonis pada graf ular menciptakan struktur cipher berbasis matematika yang tidak linear dan sulit diprediksi, sehingga meningkatkan keamanan terhadap serangan brute force maupun analisis statistik.

2) Kunci Dinamis:

Kunci enkripsi dalam metode ini tidak tetap, tetapi berubah tergantung pada bentuk graf ular dan hasil pelabelan harmonisnya. Variasi jumlah simpul atau bentuk graf ular  $S_n$  yang digunakan akan menghasilkan kunci yang berbeda, sehingga sistem enkripsi menjadi lebih fleksibel dan tidak mudah ditebak.

3) Keamanan Tambahan melalui Kombinasi Matematika dan Cipher:

Integrasi antara teori graf dan prinsip cipher polialfabetik memberikan lapisan keamanan ganda, sehingga meningkatkan resistensi terhadap serangan kriptanalisis konvensional.

Kelemahan Pendekatan ini:

1) Kompleksitas Implementasi:

Proses pelabelan harmonis pada graf membutuhkan ketelitian serta pemahaman matematika yang baik, sehingga dapat menjadi tantangan tersendiri dalam implementasinya, terutama bagi pihak yang belum familiar dengan konsep teori graf.

2) Belum Tervalidasi Secara Luas:

Sebagai pendekatan baru, metode ini belum banyak diuji dalam studi kasus berskala besar. Oleh karena itu, efektivitas dan efisiensinya masih bersifat teoritis dan memerlukan penelitian lanjutan untuk validasi yang lebih menyeluruh.

Jika dibandingkan dengan metode cipher klasik seperti caesar cipher atau vigenere cipher yang memiliki pola kunci tetap dan lebih mudah diprediksi, pendekatan berbasis pelabelan harmonis pada graf ular ini memberikan struktur kunci yang lebih kompleks dan dinamis. Hal ini memberikan keunggulan dari sisi keamanan, karena pola enkripsinya tidak mudah ditebak oleh kriptanalisis. Namun, dari sisi implementasi, metode ini relatif

lebih kompleks secara matematis dan kurang praktis untuk penggunaan sehari-hari tanpa alat bantu, dibandingkan metode cipher klasik yang lebih sederhana dalam penerapannya.

## 5. KESIMPULAN

- a. Graf ular  $S_n$  dengan  $V = n + 2$  dan  $E = 2n + 1$  terbukti merupakan graf harmonis karena pelabelan simpul-simpulnya dapat menginduksi pelabelan sisi dengan fungsi  $f^*(xy) = f(x) + f(y) \bmod |E|$  yang menghasilkan label sisi berbeda. Hal ini memenuhi syarat pelabelan harmonis, yaitu setiap sisi memiliki label yang unik.
- b. Pelabelan harmonis pada graf ular dapat diterapkan dalam kriptografi, khususnya dalam membentuk tabel snakeharmonious polyalphabetic cipher. Tabel ini berfungsi sebagai kunci enkripsi dan dekripsi pada metode cipher polialfabetik, yang memiliki keunggulan karena satu huruf dalam plainteks dapat dikonversi menjadi berbagai kemungkinan huruf dalam cipherteks. Dengan demikian, sistem enkripsi menjadi lebih kuat dan sulit.
- c. Meskipun pendekatan ini memiliki struktur matematis kompleks dan kunci enkripsi dinamis, implementasinya masih terbatas karena membutuhkan pemahaman teori graf yang baik dan belum banyak diuji secara luas. Namun, hal ini membuka peluang penelitian lanjutan dan pengembangan perangkat bantu untuk meningkatkan penerapannya dalam keamanan digital.

## 6. REFERENSI

- Atmadja, K. (2021). Pelabelan Harmonis Pada Graf Tangga Segitiga Pita. *Jurnal Sains Dan Matematika Unpam*, 4(1), 1–6.
- Atmadja, K. (2022). Pelabelan Harmonis pada Graf Sehati. *Jurnal Ilmiah Matematika Dan Terapan*, 19(1), 111–116. <https://doi.org/10.22487/2540766x.2022.v19.i1.15658>
- Febriari, S. (2024). Sepanjang 2023, ada 403 juta serangan siber ke Indonesia. MetroTVNews.Com. <https://www.metrotvnews.com/play/b1oC9wGX-sepanjang-2023-ada-403-juta-serangan-siber-ke-indonesia>
- Gallian, J. A. (2017). A Dynamic Survey of Graph Labeling. *The Electronic Journal of Combinatorics*, 20, 1–432.
- Gallian, J. A. (2022). A Dynamic Survey of Graph Labeling. *The Electronic Journal of Combinatorics*, 25, 1–623.
- Lasim, A. (2022). Karakteristik Pelabelan Harmonis, Harmonis Ganjil dan Harmonis Genap. Universitas Jember.
- Mahmudah, M. (2017). Pengembangan Kriptosistem Polyalphabetic Cipher dengan Pelabelan Edges Antimagic Total pada Graf Tribun. *AXIOMA Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Islam Jember*, 2(2), 157–165.
- Mahmudah, M., & Irawati, T. N. (2020). Aplikasi Kriptosistem Polyalphabetic Cipher. *AXIOMA Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Islam Jember*, 5(1), 11–19.

- Muktyas, I. B., & Sugeng, K. A. (2015). *Pemanfaatan Pelabelan Graceful pada Symmetric Tree untuk Kriptografi Polyalphabetic*. 1417–1419. <https://www.researchgate.net/publication/275239671>
- Nisa, F., Fathoni, M. I. A., & Brata, A. S. (2024). A Properly Even Harmonious Labeling Of Some Wheel Graph W<sub>N</sub> For N Is Even. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, 18(1), 0553–0564. <https://doi.org/10.30598/barekengvol18iss1pp0553-0564>
- Ramalinda, D., & Raharja, R. A. (2024). Strategi Perlindungan Data Menggunakan Sistem Kriptografi Dalam Keamanan Informasi. *Journal of International Multidisciplinary Research*, 2(6), 665–671. <https://journal.banjarespacific.com/index.php/jimr>
- Rosyidah, K. (2016). *Analisis Super (a,d)-S3 Antimagic Total Dekomposisi Graf Helm Untuk Pengembangan Ciphertext dan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi*. Universitas Jember.
- Sari, I. I., & Atmadja, K. (2022). Pelabelan Harmonis pada Graf Hati Bolak-balik (Hn). *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 5, 845–849. <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/>
- Sephiana, N., Tahir, M., Wulandari, S. D., Rahmansyah, F. R., Nuvitasari, R. N., & Prakasa, R. A. (2023). Analisis Perbandingan Algoritma Monoalphabetic cipher dan Polyalphabetic substitution cipher Pada Sistem Keamanan Data. *Jurnal Explore IT*, 15, 6–21. <https://doi.org/10.35891/explorit.v15i1.3823>
- Setyaningsih, E. (2015). *Kriptografi & Implementasinya Menggunakan MATLAB* (N. WK, Ed.; I). Penerbit Andi.
- Taqiyah, D., & Rahadjeng, B. (2022). *Pelabelan Harmonis Genap Sejati Dari Beberapa Graf Terhubung*. 10(3), 361–367.
- Tarigan, A. P. R., Ramadhan, P. S., & Ibnutama, K. (2023). Penerapan Kriptografi Untuk Pengamanan Data Penjualan Sepatu Dengan Metode AES (Advanced Encryption Standard). *Jurnal Cyber Tech STMIK Triguna Dharma*, 5(1), 26–35. <https://ojs.trigunadharma.ac.id/index.php/jct/index>